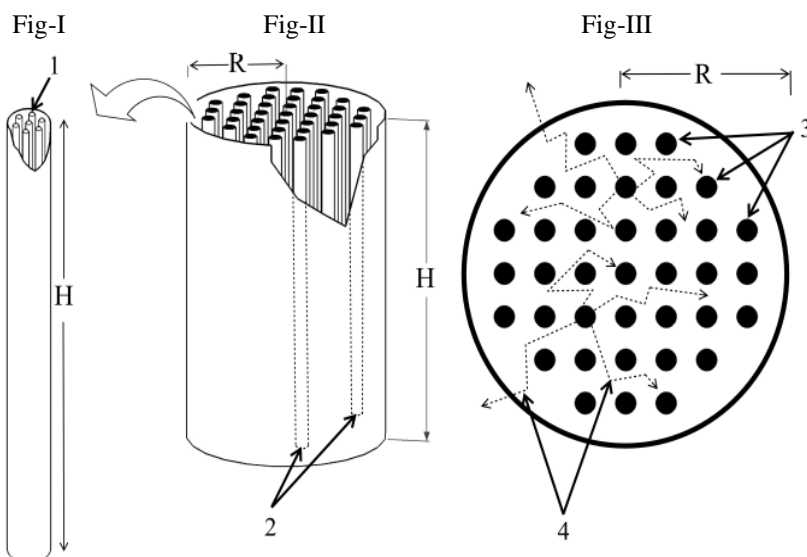


## Progetto di un Reattore Nucleare

(Punteggio tot.: 10)

L'Uranio si presenta in natura come  $\text{UO}_2$  con soltanto lo 0.720% degli atomi di uranio dell'isotopo  $^{235}\text{U}$ . La fissione indotta dai neutroni si verifica facilmente nell'uranio  $^{235}\text{U}$  con la contestuale emissione di 2 o 3 neutroni di elevata energia cinetica. La probabilità di fissione aumenta se i neutroni che inducono la fissione hanno una piccola energia cinetica. Perciò riducendo l'energia cinetica dei neutroni di fissione, è possibile provocare una successione a catena di reazioni negli altri nuclei di  $^{235}\text{U}$ . Questo processo costituisce la base della generazione di potenza da parte di un reattore nucleare (NR).

Un tipico NR è formato da un recipiente cilindrico di altezza  $H$  e raggio  $R$ , riempito con un materiale chiamato moderatore. Alcuni tubi cilindrici, detti barre di combustibile e contenenti ciascuno un gruppo di elementi cilindrici di combustibile di  $\text{UO}_2$  naturale nello stato solido di altezza  $H$ , sono disposti in direzione assiale in una matrice quadrata. I neutroni di fissione, emessi da una barra di combustibile, urtano il moderatore, perdono energia e raggiungono le barre circostanti con un'energia sufficientemente bassa, tale da dare origine alla fissione (Figure I-III). Il calore generato dalla fissione in un elemento di combustibile è ceduto a un liquido di raffreddamento che scorre longitudinalmente al suo interno. In questo problema studieremo alcuni aspetti della fisica relativi a: (A) gli elementi di combustibile, (B) il moderatore e (C) la geometria cilindrica del Reattore Nucleare.



Disegno schematico di un Reattore Nucleare (NR)

Fig-I: Vista ingrandita di una barra di combustibile (1-elementi di combustibile)  
Fig-II: Vista del NR (2-Barre di combustibile)  
Fig-III: Vista dall'alto del NR (3-Disposizione quadrata delle barre di combustibile e 4-Percorsi tipici dei neutroni). Sono mostrati solo gli elementi significativi per il problema (p.e. non compaiono le barre di controllo e il refrigerante).

### A Elementi di combustibile

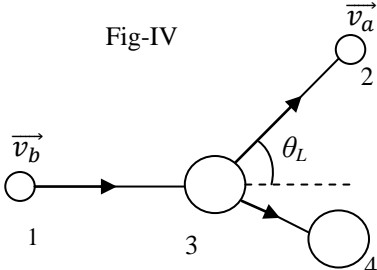
Dati per $\text{UO}_2$	1. Massa molecolare $M_w = 0.270 \text{ kg mol}^{-1}$	2. Densità $\rho = 1.060 \times 10^4 \text{ kg m}^{-3}$
	3. Punto di fusione $T_m = 3.138 \times 10^3 \text{ K}$	4. Conduttività termica $\lambda = 3.280 \text{ W m}^{-1} \text{ K}^{-1}$

A1	<p>Considera la seguente reazione di fissione di un atomo fermo di <math>^{235}\text{U}</math>, che assorbe un neutrone di energia cinetica trascurabile,</p> $^{235}\text{U} + {}^1_0\text{n} \rightarrow {}^{94}\text{Zr} + {}^{140}\text{Ce} + 2 {}^1_0\text{n} + \Delta E$ <p>Stima l'energia totale di fissione <math>\Delta E</math> (in MeV) che viene rilasciata. Le masse nucleari sono: <math>m(^{235}\text{U}) = 235.044 \text{ u}</math>; <math>m(^{94}\text{Zr}) = 93.9063 \text{ u}</math>; <math>m(^{140}\text{Ce}) = 139.905 \text{ u}</math>; <math>m({}^1_0\text{n}) = 1.00867 \text{ u}</math> con <math>1 \text{ u} = 931.502 \text{ MeV c}^{-2}</math>. Trascura lo sbilanciamento di carica.</p>	0.8
A2	Stima il numero $N$ di atomi di $^{235}\text{U}$ per unità di volume presenti nel composto $\text{UO}_2$ .	0.5
A3	Assumi che la densità del flusso dei neutroni sia $\phi = 2.000 \times 10^{18} \text{ m}^{-2} \text{ s}^{-1}$ e sia uniforme nel combustibile. La sezione d'urto di fissione (area efficace del nucleo bersaglio) di un nucleo di $^{235}\text{U}$ è $\sigma_f = 5.400 \times 10^{-26} \text{ m}^2$ . Se lo 80.00% dell'energia di fissione è disponibile come calore, stima il tasso $Q$ (in $\text{W m}^{-3}$ ) di produzione di calore per unità di volume nell'elemento di combustibile. $1 \text{ MeV} = 1.602 \times 10^{-13} \text{ J}$ .	1.2
A4	La differenza di temperatura nello stato di equilibrio tra il centro ( $T_c$ ) e la superficie ( $T_s$ ) dell'elemento di combustibile si può esprimere come $T_c - T_s = k F(Q, a, \lambda)$ , dove $k = 1/4$ è una costante adimensionale e $a$ è il raggio dell'elemento di combustibile. Ricava $F(Q, a, \lambda)$ usando l'analisi dimensionale. Ricorda che $\lambda$ è la conduttività termica del composto $\text{UO}_2$ .	0.5

A5	La temperatura desiderata del refrigerante è $5.770 \times 10^2$ K. Stima il limite superiore $a_u$ del raggio $a$ dell'elemento di combustibile.	1.0
----	---	-----

### B Il Moderatore

Considera l'urto elastico bidimensionale tra un neutrone di massa 1 u e un atomo moderatore di massa  $A$  u. Prima della collisione gli atomi moderatori sono considerati fermi nel sistema di riferimento del laboratorio (LF). Siano  $\vec{v}_b$  e  $\vec{v}_a$  le velocità del neutrone nel riferimento LF, rispettivamente prima e dopo l'urto. Sia  $\vec{v}_m$  la velocità del sistema di riferimento del centro di massa (CM) rispetto al riferimento LF e  $\theta$  sia l'angolo di diffusione del neutrone nel riferimento CM. Tutte le particelle coinvolte nell'urto si muovono a velocità non relativistiche.

B1	<p>Nella Fig-IV è mostrato schematicamente l'urto nel riferimento LF, dove <math>\theta_L</math> rappresenta l'angolo di diffusione. Disegna schematicamente l'urto visto nel sistema di riferimento del CM. Segna nella figura le velocità delle particelle 1, 2 e 3 esprimendole in funzione di <math>\vec{v}_b</math>, <math>\vec{v}_a</math> e <math>\vec{v}_m</math>. Indica l'angolo di diffusione <math>\theta</math>.</p> <div style="display: flex; align-items: center; justify-content: center;">  <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin-left: 20px;"> <p><i>Urto nel riferimento del laboratorio</i></p> <p>1-Neutrone prima dell'urto</p> <p>2-Neutrone dopo l'urto</p> <p>3-Atomo moderatore prima dell'urto</p> <p>4-Atomo moderatore dopo l'urto</p> </div> </div>	1.0
B2	Esprimi $v$ e $V$ , i moduli delle velocità del neutrone e dell'atomo moderatore nel riferimento del CM dopo l'urto, in funzione di $A$ e $v_b$ .	1.0
B3	Ricava un'espressione per $G(\alpha, \theta) = E_a/E_b$ , dove $E_b$ e $E_a$ sono le energie cinetiche del neutrone, nel riferimento del laboratorio LF, rispettivamente prima e dopo l'urto, e $\alpha \equiv [(A-1)/(A+1)]^2$ .	1.0
B4	Assumi che la precedente espressione valga per la molecola di $D_2O$ . Calcola la massima perdita frazionale possibile di energia del neutrone $f_l \equiv \frac{E_b - E_a}{E_b}$ , nel caso del moderatore di $D_2O$ (20 u).	0.5

### C Il Reattore Nucleare

Per far funzionare il reattore nucleare NR (in uno stato stazionario) con un dato flusso costante di neutroni  $\psi$ , la perdita di neutroni deve essere compensata da un eccesso di produzione dei neutroni nel reattore. Per un reattore di geometria cilindrica il tasso di perdita è  $k_1 [(2.405/R)^2 + (\pi/H)^2] \psi$  e il tasso di eccesso di produzione è  $k_2 \psi$ . Le costanti  $k_1$  e  $k_2$  dipendono dalle proprietà del materiale del reattore NR.

C1	Considera un reattore NR con $k_1 = 1.021 \times 10^{-2} \text{ m}$ e $k_2 = 8.787 \times 10^{-3} \text{ m}^{-1}$ . Considerando che per un dato volume il tasso di perdita deve essere reso minimo per un'efficiente utilizzazione del combustibile, ricava le dimensioni del reattore NR in condizione di stato stazionario.	1.5
C2	Le barre di combustibile sono disposte in uno schema quadrato (Fig-III) in cui le barre di combustibile più vicine distano 0.286 m. Il raggio efficace di una barra di combustibile (quello che avrebbe se fosse solida) vale $3.617 \times 10^{-2} \text{ m}$ . Stima il numero di barre di combustibile $F_n$ presenti nel reattore e la massa $M$ di $UO_2$ necessaria per far funzionare il reattore NR nello stato stazionario.	1.0