

Simulazione Senigallia 2011.

Andrea Caleo (Pigkappa), Giuliano Chiriaco (Rigel), Matteo Ippoliti (Ippo)

Tempo a disposizione: 4 ore e 30 minuti.

È consentito l'uso di una calcolatrice scientifica non programmabile, e l'uso di una tabella di costanti fisiche distribuita nelle gare nazionali.

Tutte le risposte devono essere chiaramente motivate.

Problema 1: Un pendolo montato su un blocco. (100 punti)

Un pendolo semplice, costituito da un filo inestensibile di lunghezza l a cui è appesa una massa m , è montato su un blocco di massa M poggiato su un piano orizzontale. Tra blocco e piano è presente solo attrito statico μ_s ($\mu_d = 0$). Il blocco e il pendolo sono inizialmente in moto con velocità v_0 , ed il pendolo è nella posizione di equilibrio; urtano frontalmente un secondo blocco in modo elastico. In seguito all'urto il primo blocco si arresta.

1. Determinare la massa del secondo blocco.
2. Supponendo che μ_s sia abbastanza grande da impedire strisciamenti e da far restare fermo il primo blocco, determinare il valore minimo v_{min} di v_0 necessario perchè il pendolo percorra un giro completo.
3. Supponendo che $v_0 = v_{min}$ e che valga $m \ll M$, determinare il valore minimo di μ_s necessario perchè il primo blocco resti in quiete.

Problema 2: Due in uno! (100 punti)

2.A: Un ciclo termodinamico. (35 punti)

Si consideri un ciclo termodinamico costituito dalle seguenti trasformazioni: un'espansione adiabatica dal volume V_1 a V_2 e dalla temperatura T_1 a T_2 ; una compressione isoterma fino a V_1 e una trasformazione isocora che riporta il gas alla temperatura T_1 .

1. Esprimere il rendimento del ciclo in funzione di T_1 e T_2 .
2. Confrontarlo con il rendimento del ciclo di Carnot che opera tra le stesse temperature nel caso $T_1 = 2T_2$.

2.B: Diffrazione da tre fenditure. (65 punti)

Si realizza un esperimento di interferenza tra tre fenditure sottili aventi la stessa larghezza, utilizzando luce coerente di lunghezza d'onda λ . Le fenditure sono disposte verticalmente; la distanza tra la prima fenditura e la seconda è a , e la distanza tra la seconda e la terza è $\frac{3}{2}a$. Uno schermo si trova a distanza molto maggiore di a dalle fenditure e vi si può osservare una figura di interferenza. Si indica con θ l'angolo tra le fenditure e lo schermo, e si considerano solo angoli $\theta \ll 1$. Sia $I(\theta)$ l'intensità della luce che arriva all'angolo θ .

1. Determinare i valori di θ in cui l'intensità è massima.
2. Sia θ_1 il più piccolo valore di θ non nullo in cui l'intensità è massima. Determinare $I(\theta_1/2)/I(0)$.
3. Sia $\delta = \frac{2\pi a \sin \theta}{\lambda}$. Dimostrare che vale la relazione di proporzionalità:

$$I(\theta) \propto 3 + 2(\cos \delta + \cos \frac{3}{2}\delta + \cos \frac{5}{2}\delta)$$

Problema 3: Polarizzazione di un dielettrico. (100 punti)

In questo problema ci proponiamo di fare un modello (molto rudimentale) per il fenomeno della polarizzazione di un dielettrico. Schematizzeremo un atomo come una nube sferica di raggio R e carica positiva q (uniformemente distribuita), che chiameremo nucleo, con al suo interno una carica puntiforme $-q$, che chiameremo elettrone (modello atomico "a panettone" di Thompson).

1. Determinare il campo elettrico $\vec{E}(r)$ che il nucleo genera al proprio interno; dire dove si dispone l'elettrone all'equilibrio e calcolare il lavoro necessario a portarlo dalla posizione d'equilibrio ad una distanza infinita dal nucleo.
2. Si supponga di applicare lentamente all'atomo così schematizzato un campo elettrico esterno uniforme e costante $\vec{E}_0$. Si assume che il nucleo non venga deformato dal campo esterno. Dire sopra quale valore E_+ l'elettrone viene strappato definitivamente al nucleo. Assumendo $E_0 < E_+/2$ per tutto il resto del problema, calcolare $\vec{\delta}$, lo spostamento della nuova posizione di equilibrio rispetto alla vecchia.
3. Si supponga ora di avere un gas di questi atomi, sufficientemente rarefatto da poter trascurare le reciproche interazioni tra gli atomi, confinato in un condensatore a facce piane e parallele di area A distanti D , con $D \gg \sqrt{A}$ (trascuriamo cioè gli effetti di bordo). Sia N il numero medio di atomi per unità di volume. Se applichiamo al condensatore una d.d.p. $V = E_0 D$, ogni singolo atomo si polarizzerà nel modo studiato nelle domande precedenti. Determinare la densità superficiale di carica di polarizzazione che compare sulle facce del condensatore e il campo elettrico prodotto dal mezzo.
4. Determinare la costante dielettrica relativa del gas in funzione di χ , la frazione di volume del condensatore occupata dagli atomi.
5. Sapendo che per la tipica costante dielettrica relativa di un gas vale $\epsilon_r - 1 \approx 10^{-5}$, e assumendo che il gas nel condensatore si trovi approssimativamente in condizioni standard di temperatura e pressione, stimare l'ordine di grandezza del raggio atomico. Confrontare la stima così ottenuta con i dati reali. C'è un accordo accettabile?
6. Confrontare il potenziale di ionizzazione dell'atomo di idrogeno (13,6 eV) con l'ordine di grandezza fornito da questo modello (usare la stima di R fatta al punto precedente). C'è un accordo accettabile?