Associazione per l'Insegnamento della Fisica

Olimpiadi di Fisica 2021

35a Edizione

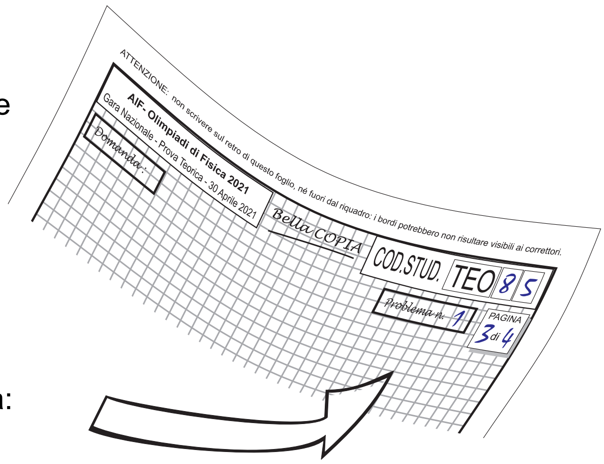
Gara Nazionale, prova teorica - venerdì 30 aprile 2021

Non sfogliare il fascicolo !
Aspetta che sia dato il via.

ISTRUZIONI:

Tempo: 4 ore

1. **NON dovrai scrivere il tuo nome su nessun foglio ma solo il "Codice Studente" che ti è stato comunicato.**
2. Leggi con cura i testi dei quattro problemi proposti.
3. E' assolutamente necessario, per non rischiare di essere penalizzati, **utilizzare fogli diversi per i diversi problemi.**
4. Su ogni facciata scrivi chiaramente in alto a destra:
   - il tuo **Codice Studente**
   - il **numero** del problema
   - il **numero di pagina** (a partire da 1 per ogni problema)
   - il **numero totale di pagine** usate per quel problema: *per esempio pag 3 di 4.*



Le Olimpiadi di Fisica sono organizzate dall'AIF su mandato del MINISTERO DELL'ISTRUZIONE

Tavola di Costanti Fisiche

Costanti Fisiche Primarie [Valori esatti per definizione – (26.CGPM/16.11.2018)]			
COSTANTE	SIMB.	VALORE	UNITÀ
Velocità della luce nel vuoto	c	$2.997\,924\,58 \times 10^{8}$	$\mathrm{m\,s^{-1}}$
Carica elementare	e	$1.602\,176\,634 \times 10^{-19}$	C
Costante di Planck	h	$6.626\,070\,15 \times 10^{-34}$	$\mathrm{J\,s}$
Costante di Boltzmann	k	$1.380\,649 \times 10^{-23}$	$\mathrm{J\,K^{-1}}$
Costante di Avogadro	N_{A}	$6.022\,140\,76 \times 10^{23}$	$\mathrm{mol^{-1}}$
Altre Costanti Fisiche †			
Massa dell'elettrone	m_{e}	9.1094×10^{-31}	kg
		$= 5.1100 \times 10^{2}$	$\mathrm{keV}\,c^{-2}$
Massa del protone	m_{p}	1.67262×10^{-27}	kg
		$= 9.3827 \times 10^{2}$	$\mathrm{MeV}\,c^{-2}$
Massa del neutrone	m_{n}	1.67493×10^{-27}	kg
		$= 9.3955 \times 10^{2}$	$\mathrm{MeV}\,c^{-2}$
Permeabilità magnetica del vuoto	μ_0	$4\pi \times 10^{-7} = 1.25664 \times 10^{-6}$	$\mathrm{H\,m^{-1}}$
Costante dielettrica del vuoto: $1/(\mu_0\, c^2)$	ε_0	8.8542×10^{-12}	$\mathrm{F\,m^{-1}}$
Costante elettrostatica: $1/(4\pi\varepsilon_0)$	k_{es}	$c^2 \times 10^{-7} = 8.9876 \times 10^{9}$	$\mathrm{m\,F^{-1}}$
Costante universale dei gas: $N_{\mathrm{A}}\, k$	R	8.3145	$\mathrm{J\,mol^{-1}\,K^{-1}}$
Costante di Faraday: $N_{\mathrm{A}}\, e$	F	9.6485×10^{4}	$\mathrm{C\,mol^{-1}}$
Costante di Stefan–Boltzmann	σ	5.6704×10^{-8}	$\mathrm{W\,m^{-2}\,K^{-4}}$
Costante di gravitazione universale	G	6.674×10^{-11}	$\mathrm{m^3\,kg^{-1}\,s^{-2}}$
Pressione atmosferica standard	p_0	1.01325×10^{5}	Pa
Temperatura standard (0°C)	T_0	273.15	K
Volume molare di un gas perfetto in condizioni standard (p_0, T_0)	V_{m}	2.2414×10^{-2}	$\mathrm{m^3\,mol^{-1}}$
Unità di massa atomica	u	1.66054×10^{-27}	kg

Tavola di dati che possono essere necessari †

Accelerazione di gravità (val. convenzionale)	g	9.80665	$\mathrm{m\,s^{-2}}$
Densità dell'acqua (a 4°C)⋆	ρ_{a}	1.00000×10^{3}	$\mathrm{kg\,m^{-3}}$
Calore specifico dell'acqua (a 20°C)⋆	c_{a}	4.182×10^{3}	$\mathrm{J\,kg^{-1}\,K^{-1}}$
Densità del ghiaccio (a 0°C)⋆	$\rho_{\mathrm{g,0}}$	0.917×10^{3}	$\mathrm{kg\,m^{-3}}$
Calore di fusione del ghiaccio	λ_{f}	3.344×10^{5}	$\mathrm{J\,kg^{-1}}$
Calore di vaporizzazione dell'acqua (a 100°C)⋆	λ_{v}	2.257×10^{6}	$\mathrm{J\,kg^{-1}}$
Costante di Wien	b	2.89777×10^{-3}	$\mathrm{m\,K}$
Unità Astronomica (raggio medio dell'orbita terrestre)	UA	1.49598×10^{8}	km

† Valori arrotondati, da considerare **esatti** nella soluzione delle prove delle Olimpiadi di Fisica.

⋆ Salvo diversa indicazione esplicita, questi dati si potranno utilizzare anche ad altre temperature senza errori importanti.

LEGGI CON CALMA E MOLTA ATTENZIONE!

- NON SCRIVERE IL TUO NOME SU NESSUN FOGLIO, ma solo il tuo **Codice Studente**, sia sui fogli a quadretti che sui **Fogli Riassuntivi** (v. qui sotto).
- Insieme ai testi, per ogni problema ti è stato consegnato un **Foglio Riassuntivo** sul quale dovrai riportare in modo sintetico le risposte ad ogni domanda; i valori numerici devono essere scritti con il corretto numero di cifre, in relazione ai dati forniti e – se necessario – con indicazione dell'unità di misura.
- È ESSENZIALE che tutti i risultati (formali e numerici) che hai trovato per ciascun problema siano riportati sul corrispondente **Foglio Riassuntivo**, poiché questo costituisce la base della valutazione della tua prova.
- Ricordati di usare fogli a quadretti diversi per i diversi problemi e di scrivere per prima cosa, in alto a destra, il tuo **Codice Studente** su ogni foglio!
- Su ogni foglio va sempre scritto il numero del problema, il numero di pagina e il numero totale di pagine utilizzate per quel problema, come descritto in copertina.
- Sui fogli a quadretti di **"Bella copia"** devono essere riportate le soluzioni dettagliate, cercando di limitare il testo scritto e di privilegiare invece equazioni, simboli, numeri e diagrammi.
- La Commissione valuterà solo il contenuto dei **Fogli Riassuntivi** e della **"Bella copia"**.
- Infine un utile consiglio: tieni presente che non sempre la soluzione di una domanda richiede di aver risolto le domande precedenti.

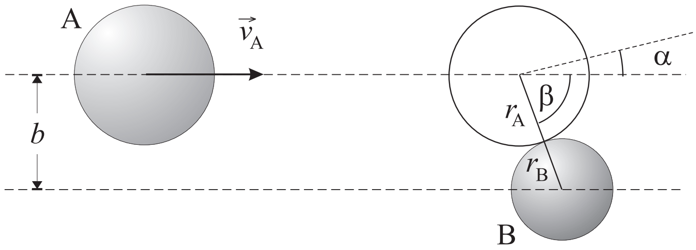
NOTA importante sui DATI NUMERICI: I dati numerici forniti nei singoli problemi, qualunque sia il numero di cifre con cui vengono scritti, si devono considerare noti con un'incertezza dello $0.1\,\%$, salvo esplicita indicazione contraria. Le costanti fornite nella tabella generale si possono invece considerare note con incertezza trascurabile. Di conseguenza si scrivano i risultati numerici, quando richiesti, con un numero di cifre appropriato all'incertezza del risultato stesso.

Materiale elaborato dal Gruppo

PROGETTO OLIMPIADI
Segreteria delle Olimpiadi Italiane di Fisica
e-mail: `segreteria@olifis.it`
WEB: `www.olifis.it`

P Scattering elastico tra due sfere Punti 100

In una regione priva del campo di gravità si consideri l'urto elastico tra due sfere rigide e non vincolate A e B, di raggi rispettivamente r_A e r_B, di cui una (B) inizialmente ferma. In figura sono mostrate le due sfere nel piano contenente i due centri e il vettore $\vec{v}_A$.



Siano b il parametro d'impatto (definito come la distanza tra due rette passanti per i centri delle sfere e parallele a $\vec{v}_A$), α l'angolo di cui devia A e β l'angolo tra la congiungente i due centri al momento dell'impatto e la traiettoria iniziale di A. Si misuri l'angolo α in verso antiorario e l'angolo β in verso orario, in modo che entrambi risultino positivi come nella figura: pertanto $0° \leq \alpha \leq 180°$.

Si vuole determinare la massima deviazione angolare α_{max} che può subire A al variare del parametro d'impatto ($0 \leq b \leq r_A + r_B$), in funzione della sua velocità iniziale e del rapporto tra le masse $\mu = m_A/m_B$.

Si supponga poi che l'attrito sia trascurabile e che quindi le forze impulsive al momento dell'impatto siano dirette lungo la congiungente i due centri.

1. Si dica quali tra le seguenti grandezze si conservano in questo tipo di urto, motivando la risposta: energia cinetica del sistema delle due sfere, energia cinetica della sfera A, quantità di moto totale, quantità di moto della sfera A.

Si consideri prima l'urto centrale, ovvero quello per $b = 0$, per ogni valore di μ tra 0 e infinito.

2. Si scrivano le equazioni delle leggi di conservazione appropriate e si trovi la velocità v'_A della sfera A dopo l'urto.

Si passa adesso a studiare il caso generico con parametro d'impatto b qualunque.

3. Qual è la massima deviazione, α_{max}, al variare del parametro d'urto b, nel caso $\mu < 1$?

Per le domande da **4.** a **6.**, si consideri il caso $\mu \geq 1$, ponendo $s = \operatorname{sen}\beta = b/(r_A + r_B)$.

4. Si scrivano le equazioni che descrivono le leggi di conservazione appropriate.

Si può dimostrare che nel caso generale che si sta esaminando vale la relazione

$$\operatorname{tg}\alpha = \frac{2s\sqrt{1-s^2}}{2s^2+\mu-1}\,. \qquad (1)$$

5. Si dimostri che, nel caso $\mu = 1$ le traiettorie delle due sfere, dopo l'urto, sono ortogonali.

6. Si ricavi qual è, al variare di s, la deviazione massima α_{max}, per $\mu > 1$, e la si esprima in funzione di μ.

7. Si tracci il grafico di α_{max} in funzione di μ

.

P2 Modelli di atmosfera Punti 100

In meteorologia si chiama "massa d'aria" una porzione di troposfera(1) di notevole estensione sia in orizzontale (anche molte decine di chilometri) che in verticale (una decina di chilometri) nella quale le grandezze termodinamiche come temperatura, pressione e umidità sono sostanzialmente uniformi ad una quota fissata.

L'atmosfera evolve nel tempo, ma tale evoluzione normalmente è lenta, e una massa d'aria può spostarsi orizzontalmente nell'atmosfera, mantenendo le sue caratteristiche, salvo il caso di fenomeni molto violenti come temporali e uragani, innescati da moti verticali di parti di essa. È importante osservare che quando una certa quantità d'aria relativamente piccola (per estensioni di decine di metri) viene perturbata e comincia a spostarsi verticalmente, questa può considerarsi termicamente isolata dal resto della massa d'aria, a causa del coefficiente di conduzione molto basso. Nel seguito una tale porzione, avente una massa definita, sarà denominata "cella".

Per descrivere lo stato di equilibrio indifferente dell'intera massa d'aria, cioè la condizione per cui una qualunque cella perturbata e spostata verticalmente resta in equilibrio nella nuova posizione, si vogliono utilizzare due modelli, macroscopico e microscopico, confrontandone poi i risultati.

Dal punto di vista macroscopico, il modello più semplice è quello di un gas perfetto biatomico di massa molare media μ, trascurando la presenza del vapore d'acqua, la variazione dell'accelerazione di gravità g con la quota sul livello del mare z ed effetti dovuti alla radiazione solare.

1. Preliminarmente, detta p_0 la pressione al livello del mare, si calcoli l'andamento della pressione con la quota, ovvero $p(z)$, in condizioni di equilibrio idrostatico, facendo l'ulteriore ipotesi che la temperatura sia uniforme e pari a T_0.

Nell'esecuzione dei calcoli si raccomanda di introdurre la costante $\lambda = RT_0/(\mu g)$.

2. La condizione di temperatura uniforme della massa d'aria è tale che l'equilibrio di una cella non possa essere indifferente; si dica se si tratta di equilibrio stabile o instabile, dandone una giustificazione qualitativa.

Applicando ancora il modello macroscopico termodinamico di gas perfetto biatomico, si consideri adesso il caso in cui la massa d'aria ha ancora pressione p_0 e temperatura T_0 al livello del mare, ma una temperatura T variabile con la quota z e tale che in essa ogni cella risulti in equilibrio indifferente.

3. Si calcoli l'andamento della temperatura $T(z)$ nella massa d'aria che consente ad una cella (isolata termicamente) di rimanere in equilibrio indifferente ad ogni quota.

Facendo uso adesso di un modello microscopico, si consideri per semplicità l'atmosfera come costituita da una sola specie di molecole (azoto N_2, di massa molare $\mu = 28\,\mathrm{g\,mol^{-1}}$). Le molecole sono in moto di agitazione termica e in condizioni di equilibrio. Si fa l'ipotesi che, grazie alle continue collisioni con altre molecole, l'energia totale media di ogni molecola sia indipendente dalla quota.

4. Calcolare l'andamento di temperatura con la quota, $T(z)$, secondo questo modello microscopico.

5. Utilizzando gli andamenti della temperatura ottenuti ai punti precedenti, si ricavi l'andamento della pressione, $p(z)$, per ciascuno dei due modelli.

6. Si dica in quali condizioni il caso elementare, discusso al punto 1, dà risultati convergenti con questi due modelli.

7. Per tutti e tre i casi studiati sopra, si calcolino i valori della pressione e della temperatura alla quota di $1000\,\mathrm{m}$, se $p_0 = 100\,\mathrm{kPa}$ e $T_0 = 20°\mathrm{C}$.

NOTE: 1. *Può essere utile il seguente integrale indefinito:* $\displaystyle\int \frac{dx}{a+bx} = \frac{1}{b}\ln(a+bx) + \text{costante}.$

2. *Possono tornare utili le seguenti approssimazioni valide se $x \ll 1$:*

$$e^x \approx 1 + x$$
$$(1+x)^\alpha \approx 1 + \alpha x\,.$$

(1) La troposfera è la parte di atmosfera che si estende fino a circa 15 km di quota (alle nostre latitudini) in cui la ionizzazione è trascurabile.

P3 Un sistema stellare binario Punti 50

Il grafico di figura 1 mostra il risultato di un'analisi di dati sperimentali relativi allo spettro di una sorgente stellare.

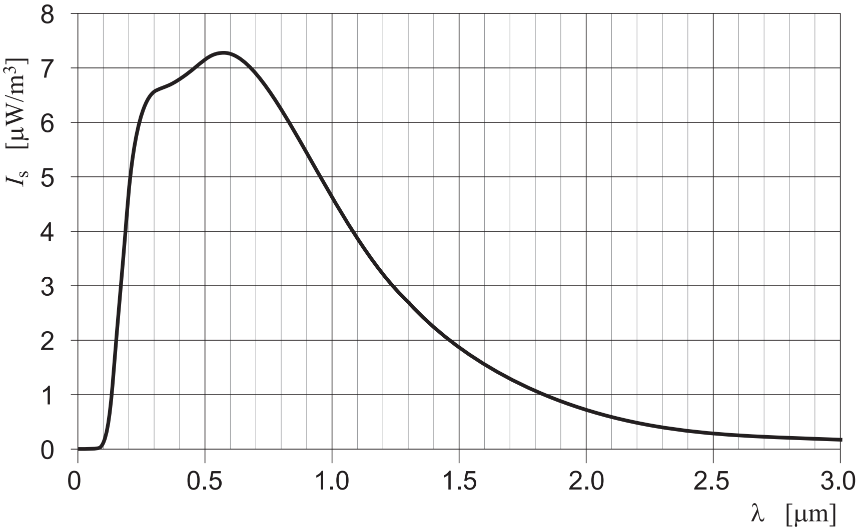


Figura 1

In ordinata è riportata la quantità $I_s(\lambda) = dE/(dS\,dt\,d\lambda)$, detta "irradianza spettrale", dove dE è la quantità di energia, nell'intervallo di lunghezza d'onda $d\lambda$, che incide su una superficie dS disposta perpendicolarmente alla direzione di propagazione della radiazione, in un intervallo di tempo dt.

In questo problema ogni stella sarà modellizzata come un corpo nero che emette radiazione alla temperatura superficiale della stella, uniforme sulla sua intera superficie.

Il grafico di figura 1 non corrisponde a quello di un unico corpo nero. D'altra parte, una buona parte delle sorgenti stellari sono in realtà sistemi costituiti da due stelle, che orbitano l'una attorno all'altra. Molte di queste stelle doppie appaiono al telescopio come stelle singole solo perché sono troppo distanti dalla Terra per poter essere risolte. Si può quindi provare a vedere se questo spettro può essere ricavato come la sovrapposizione di due spettri di corpo nero distinti, corrispondenti a due stelle, indicate con le lettere A e B.

1. Individuare, motivando la risposta, quale delle coppie di spettri mostrate nella figura 2 (2.1 e 2.2) ha come somma lo spettro mostrato nella figura 1.

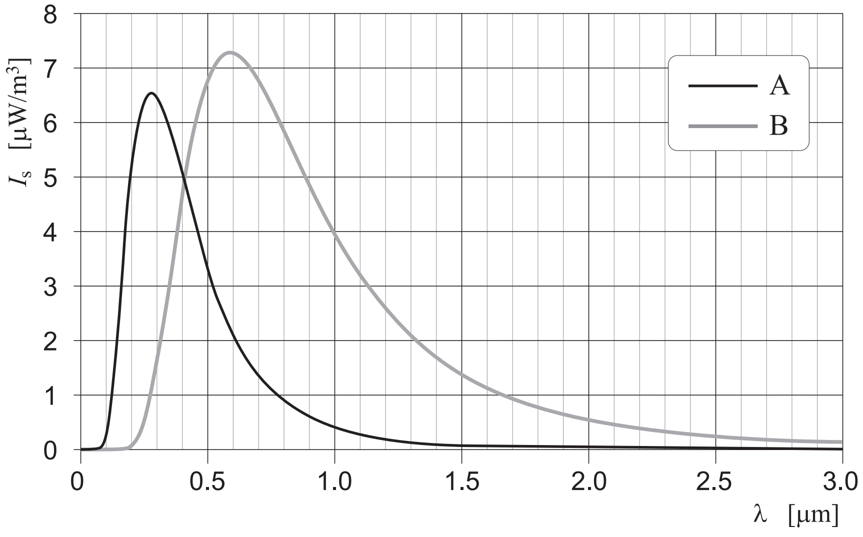


Figura 2.1

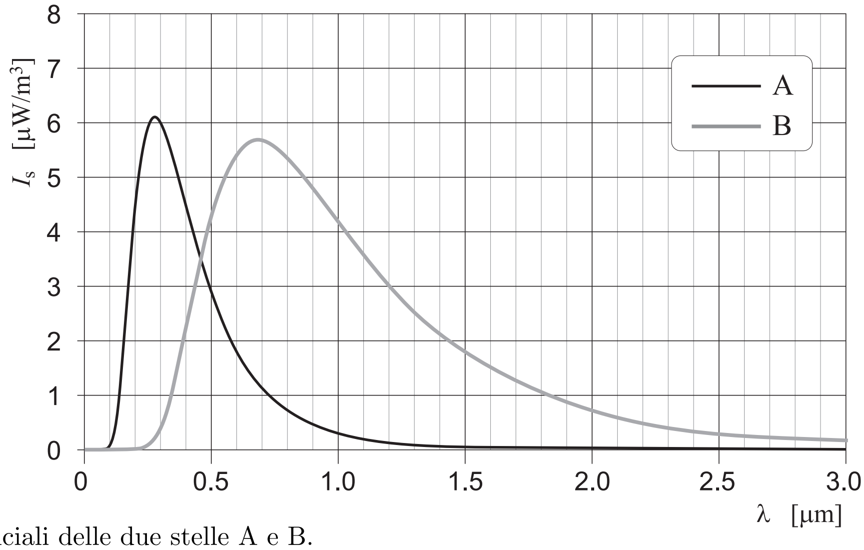


Figura 2.2

2. Ricavare le temperature superficiali delle due stelle A e B.

Senza fare alcun calcolo, si può vedere chiaramente che una delle due stelle è molto più luminosa dell'altra (in astronomia, con il termine "luminosità" (L) ci si riferisce alla potenza irraggiata dalla stella a tutte le lunghezze d'onda, non soltanto nell'intervallo del visibile).

3. Indicare, motivando la risposta, quale delle due stelle A e B è più luminosa.

Per determinare la distanza dalla Terra del sistema stellare in esame si può ricorrere al metodo della parallasse stellare, il quale sfrutta il cambiamento di posizione assunto dalla Terra durante il suo moto orbitale.

La tecnica presuppone la conoscenza del diametro dell'orbita terrestre e richiede più osservazioni dello stesso oggetto celeste per determinarne lo spostamento apparente rispetto allo sfondo.

La distanza angolare tra le posizioni estreme, raggiunte dal sistema stellare a sei mesi di distanza, è pari ad $\alpha = 0.00204''$ (secondi d'arco).

4. Determinare la distanza del sistema stellare dalla Terra, in unità astronomiche (UA).

La figura 3 riporta lo spettro della stella A, ingrandito.

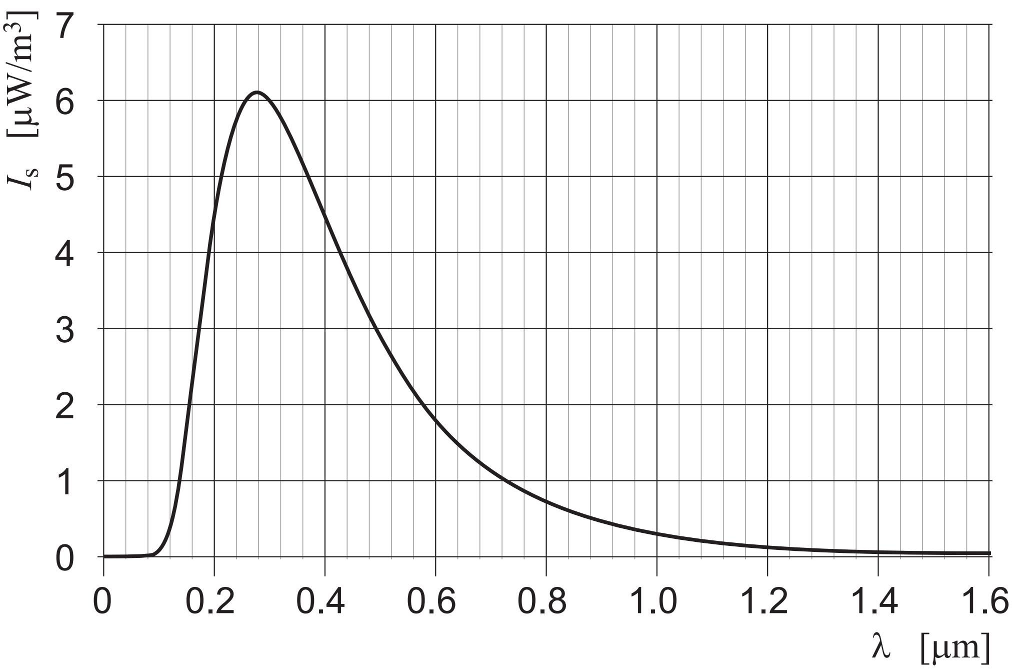


Figura 3

5. Calcolare, con un'incertezza massima del 15 %, la luminosità della stella A.

6. Calcolare il raggio della stella A.

7. Determinare, motivando la risposta, quale tra le due stelle A e B ha raggio maggiore.

P4 Due fili paralleli carichi Punti 50

Su due fili isolanti – rettilinei, paralleli e di lunghezza infinita, a distanza $2a$ uno dall'altro – sono disposte cariche di segno opposto con densità lineare $\pm\lambda$ uniforme.

Si consideri, su un piano perpendicolare ai fili rappresentato in figura, la circonferenza di raggio a passante per le intersezioni con i due fili, come in figura 1.

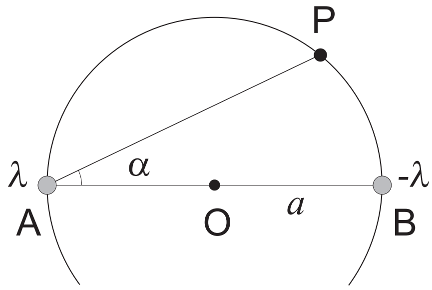


Figura 1

1. Calcolare il modulo del campo elettrico in ogni punto P della circonferenza (esclusi i punti di intersezione con i fili) e dire in quali punti è minimo.

2. Dimostrare che le due semicirconferenze di centro O che hanno come estremi le intersezioni dei fili con il piano della figura sono due linee di campo.

Una particella di carica positiva q e massa m è vincolata a muoversi su una guida circolare di raggio $2a$ complanare e concentrica alla circonferenza precedente (v. figura 2). La guida è costituita da un materiale isolante e la particella può scorrervi sopra con attrito trascurabile.

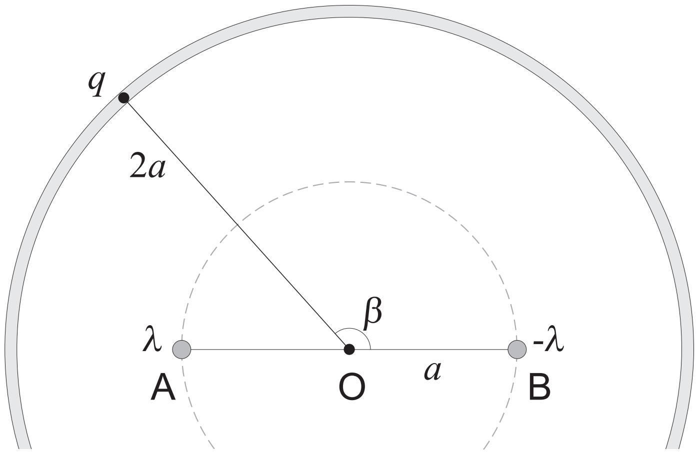


Figura 2

3. Determinare tutti quanti i punti di equilibrio per la particella, indicando se si tratta di equilibrio stabile o instabile.

4. La particella, posta inizialmente nel punto di equilibrio instabile viene spostata di una piccola quantità e lasciata libera. Determinare la velocità della particella quando passa per il punto di equilibrio stabile.

I due fili si muovono ora entrambi con velocità $\vec{v}$ parallela ai fili stessi.

5. Dimostrare che in ogni punto il campo magnetico $\vec{B}$ è perpendicolare al campo elettrico $\vec{E}$ e tra i moduli dei campi vale la relazione $B = vE/c^2$ (*ovvero* $vB = (v/c)^2 E$).