

**LEGGI CON ATTENZIONE!**

Insieme ai testi, per ogni problema ti è stato consegnato un **Foglio Riassuntivo** sul quale dovrai riportare in modo sintetico le risposte ad ogni domanda; i valori numerici devono essere scritti con il corretto numero di cifre, in relazione ai dati forniti e – se necessario – con indicazione dell'unità di misura.

Sui fogli a quadretti (un foglio diverso per ogni problema) devono essere riportate le soluzioni dettagliate, cercando di limitare il testo scritto e di privilegiare invece equazioni, simboli, numeri e diagrammi.

È assolutamente necessario ricordarsi di scrivere il proprio **Codice Studente** (riportato sulla busta piccola colorata) su ogni foglio a quadretti, come pure sui **Fogli Riassuntivi** e di **NON** scrivere il proprio nome.

Su ogni facciata dei fogli a quadretti con la soluzione di un problema va scritto il numero di pagina e il numero totale di pagine utilizzate per quel problema.

**P1****Scattering elastico tra sfere**

Punti 100

Immaginiamo una sfera rigida, di raggio  $R$ , vincolata a restare fissa. Su di essa incide un fascio costituito da un gran numero di particelle identiche, anch'esse sferiche e rigide, ciascuna di raggio  $r$  e massa  $m$ . Le particelle hanno tutte la stessa velocità  $\vec{v}$  cosicché non si urtano mai. Si supponga anche che gli urti tra particelle che rimbalzano e quelle del fascio incidente siano trascurabili. La velocità è sufficientemente grande da poter considerare le traiettorie rettilinee, sia prima che dopo l'urto. Gli urti con la sfera fissa sono perfettamente elastici, e nell'urto non ci sono forze tangenziali tra le sfere.

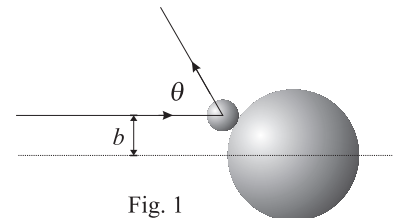


Fig. 1

Si considerino le grandezze rappresentate in figura:  $b$ , chiamata “parametro d’impatto”, e  $\theta$ , angolo formato tra la direzione di provenienza del fascio incidente e la direzione della particella diffusa.

1. Si trovi la relazione tra  $b$  e l'angolo  $\theta$ , cioè si trovi la funzione  $b(\theta)$ .

Il fascio ha una sezione trasversale circolare il cui raggio è molto maggiore del raggio  $r$  delle particelle e maggiore anche del raggio  $R$  della sfera fissa. Si indichi con  $I$  l'intensità del fascio, cioè il numero di particelle che incidono, nell'unità di tempo, sull'unità di superficie disposta perpendicolarmente al fascio, e si supponga che  $I$  sia uniforme e costante.

2. Si trovi il numero  $dn_d(\theta)$  di particelle diffuse, nell'unità di tempo, con un angolo compreso tra  $\theta$  e  $\theta + d\theta$ . Per quale valore di  $\theta$  la funzione  $dn_d(\theta)/d\theta$  ha il massimo?

Si supponga ora di collocare un rivelatore, cioè un dispositivo che conta le palline in transito attraverso una certa superficie, ad una distanza  $D$  dalla sfera fissa e ad un angolo  $\theta$  rispetto al fascio incidente. Si supponga che l'area sensibile del rivelatore sia un quadrato che ovviamente viene disposto perpendicolarmente alla direzione da cui provengono le particelle diffuse. Il lato del quadrato,  $\ell$ , sia molto maggiore dei raggi  $R$  e  $r$  e contemporaneamente molto minore di  $D$ :  $r, R \ll \ell \ll D$ .

Si noti che nella figura 2 la scala è molto ridotta rispetto alla figura 1.

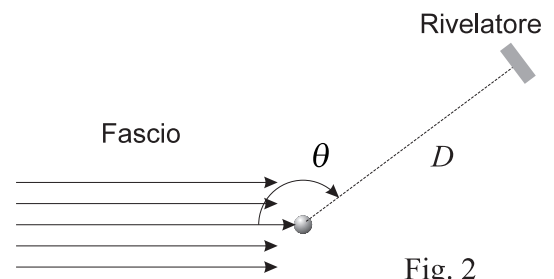


Fig. 2

3. Si calcoli il tasso di conteggi del rivelatore,  $n_r$ , cioè il numero di conteggi nell'unità di tempo.
4. In che modo il tasso di conteggi dipende dall'area della regione sensibile del rivelatore? Per quale angolo  $\theta$  il tasso di conteggi ha il valore massimo? In che modo  $n_r$  dipende da  $D$ ?
5. Si consideri un intervallo di tempo  $\Delta t$  sufficientemente lungo perché sulla sfera fissa incida un numero molto grande di particelle. Qual è il valore medio della forza che le particelle esercitano sulla sfera?

## P2

## Equilibrio radiazione–materia

Punti 100

Vi sarà capitato sovente di osservare che un oggetto esposto al sole si scalda molto rapidamente soprattutto se è di colore scuro. Per indagare il fenomeno, è stato condotto il seguente semplice esperimento:

- due barattoli cilindrici identici, con una sottile parete laterale metallica dipinta esternamente rispettivamente di vernice nera e bianca, erano esposti, in situazioni identiche di illuminazione, alla luce di una lampada a filamento incandescente che ne illuminava la superficie laterale;
- le temperature venivano registrate ogni 5 s da un sensore termometrico, posto a contatto con la superficie interna di ciascun barattolo dal lato della parte illuminata; i dati venivano raccolti in tempo reale da un calcolatore attraverso una opportuna interfaccia;
- dopo un certo tempo, quando le temperature dei due barattoli apparivano essersi circa stabilizzate, la lampada veniva spenta e allontanata, mentre continuava la registrazione online delle temperature fino a quando le temperature mostravano di essersi nuovamente stabilizzate.

I risultati per i due barattoli sono mostrati nel grafico riprodotto nella pagina seguente.

1. Si esamini attentamente, per ciascun barattolo, l'andamento della temperatura in funzione del tempo e si riportino sul foglio riassuntivo i valori rilevanti di temperatura e tempo, con una precisione rispettivamente di  $1^\circ\text{C}$  e 10 s. In particolare:
  - la temperatura ambiente, supposta uniforme, iniziale  $T_{\text{ai}}$  e quella finale  $T_{\text{af}}$ ,
  - la temperatura di equilibrio a lampada accesa  $T_{\text{eq}}$ ,
  - le temperature di dimezzamento per entrambe le fasi, cioè la temperatura  $T_{\text{risc}}^{[1/2]}$  che sta a metà fra  $T_{\text{ai}}$  e  $T_{\text{eq}}$ , e la temperatura  $T_{\text{raff}}^{[1/2]}$  che sta a metà fra la temperatura al momento in cui inizia la fase di raffreddamento e  $T_{\text{af}}$ .
  - i tempi di dimezzamento  $\tau_{\text{risc}}$  e  $\tau_{\text{raff}}$  corrispondenti che trascorrono finché la temperatura diventa quella di dimezzamento in ciascuna fase, a partire da quando la temperatura inizia effettivamente a salire o rispettivamente a scendere.

Consideriamo dapprima la fase di raffreddamento. Per costruire un modello semplificato che permetta di interpretare l'andamento della temperatura, si tenga conto solo degli scambi di energia per conduzione verso il tavolo su cui appoggia il barattolo e di quelli per irraggiamento, mentre, per semplificare il modello, si trascuri la convezione. Per l'irraggiamento, occorre tener conto che il barattolo emette energia per irraggiamento alla temperatura  $T$ , ma, allo stesso tempo, assorbe energia irradiata dall'ambiente alla temperatura  $T_{\text{amb}}$ . In principio, l'emissione di radiazione segue la legge di Stefan-Boltzmann secondo la quale la potenza emessa dipende da  $T^4$ , dove  $T$  è la temperatura assoluta del corpo che irradia, per cui il bilancio fra l'energia emessa e quella assorbita per irraggiamento è proporzionale a  $(T^4 - T_{\text{amb}}^4)$ , dato che il coefficiente di proporzionalità è uguale per l'emissione e per l'assorbimento. Tenendo però conto della piccola differenza fra la temperatura dei barattoli e la temperatura  $T_{\text{amb}}$  dell'ambiente, nel modello si può scrivere una semplice proporzionalità da  $(T - T_{\text{amb}})$  anziché da  $(T^4 - T_{\text{amb}}^4)$ .

2. Si scriva pertanto un'espressione dello scambio complessivo di energia nell'unità di tempo e, introducendo opportuni coefficienti di proporzionalità per la conduzione e per l'irraggiamento, della corrispondente variazione di temperatura. Si definiscano chiaramente i coefficienti introdotti e si ricavi l'espressione della funzione che descrive l'andamento della temperatura nel tempo, a partire dall'istante in cui inizia il raffreddamento.

Può essere utile ricordare che  $\int dx/x = \ln x$ .

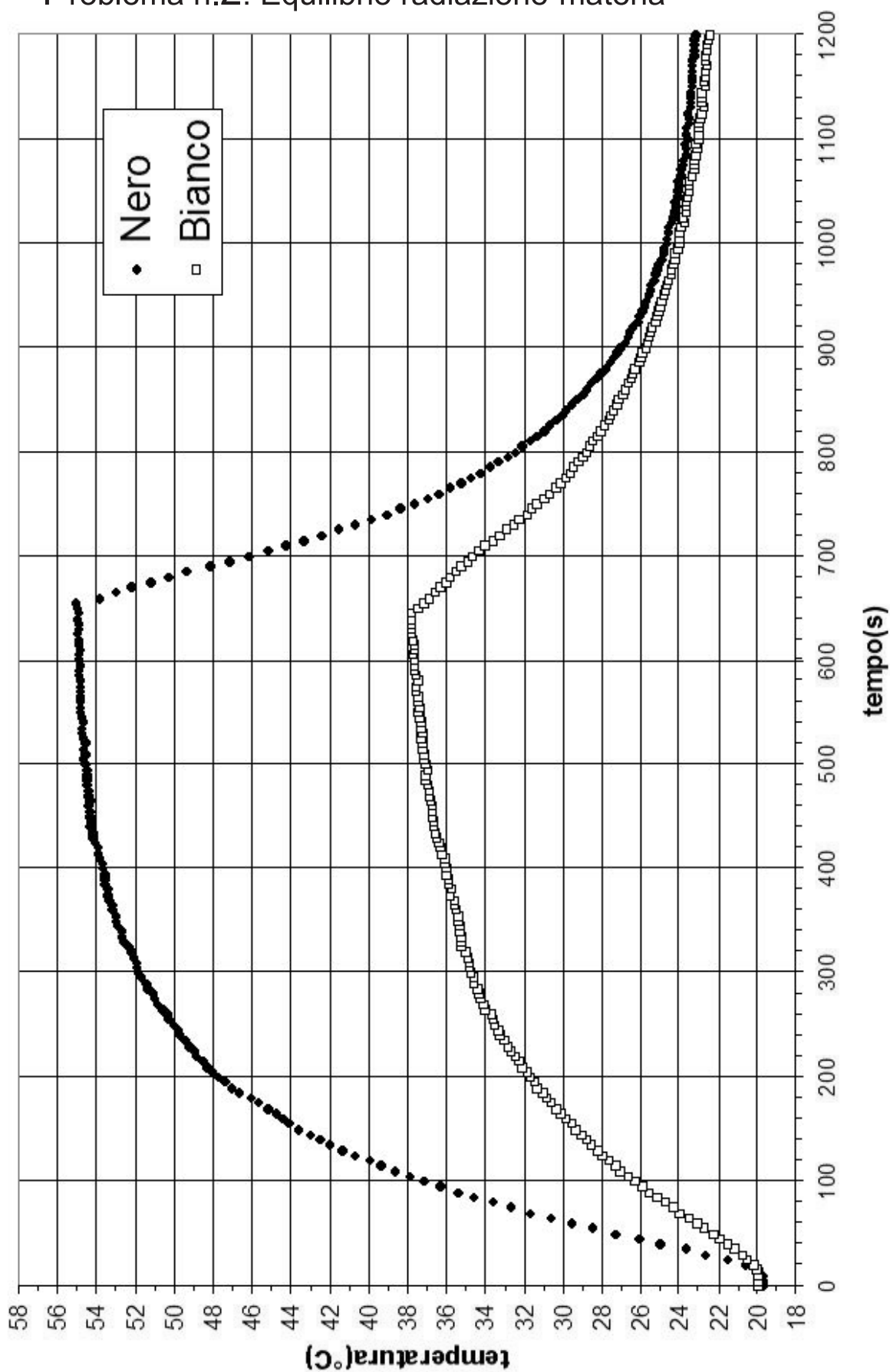
Per chiarezza si prega di indicare con la lettera  $c$  il coefficiente relativo alla conduzione e con la lettera  $\beta$  quello per l'irraggiamento.

3. Si scriva il rapporto fra i valori del tempo di dimezzamento  $\tau_{\text{raff}}$  dei due barattoli in termini dei coefficienti rispettivamente introdotti per la conduzione e l'irraggiamento, e se ne dia il valore numerico.

Qui e nel seguito, si prega di usare il pedice B nei simboli che riguardano il barattolo bianco e il pedice N per quello nero.

Si consideri ora la fase di riscaldamento costruendo un analogo modello in cui si introduca un termine aggiuntivo per descrivere la potenza assorbita dalla radiazione proveniente dalla lampada.

## Problema n.2: Equilibrio radiazione-materia



- Si scriva l'espressione dello scambio complessivo di energia nell'unità di tempo e della corrispondente variazione di temperatura. Si esprima la temperatura di equilibrio in funzione dei coefficienti introdotti al punto 2 e del termine dovuto all'assorbimento dell'energia irradiata dalla lampada, definito attraverso un opportuno coefficiente di assorbimento di tale energia.
- Utilizzando i dati estratti dal grafico e i rapporti calcolati fra i vari coefficienti introdotti, si stimi il rapporto fra i coefficienti di assorbimento della radiazione nel barattolo nero e in quello bianco. Ricordando che, per uno stesso corpo, i coefficienti di assorbimento sono uguali a quelli di emissione della radiazione, si stimi, in ciascun barattolo, il rapporto fra l'energia persa per conduzione e quella persa per irraggiamento.

## P<sub>3</sub>

### Galleggiamento in campo magnetico

Punti 100

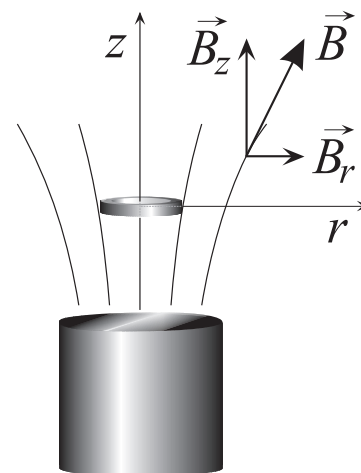
Un piccolo anello conduttore pesante, di massa  $m$ , raggio  $a$  e spessore trascurabile, viene posto in una regione di campo magnetico simmetrico, cioè invariante per rotazioni, rispetto ad un asse verticale.

Sia questo l'asse  $z$  orientato con il verso positivo in alto, cioè opposto a quello di  $\vec{g}$ , come mostrato in figura, nella quale è rappresentato anche il campo  $\vec{B}$  con le sue componenti radiale ed assiale, che, almeno in una regione finita intorno all'origine delle coordinate, possono essere approssimate in questo modo

$$B_r = \beta r B_0 \quad B_z = (1 - \alpha z) B_0$$

dove  $\alpha$ ,  $\beta$  e  $B_0$  sono opportune costanti positive.

- Affinché possa esistere un campo  $\vec{B}$  così fatto, le costanti  $\alpha$  e  $\beta$  devono essere legate da una relazione: si determini tale relazione.



L'anello viene posto nel campo con il suo asse coincidente con l'asse di simmetria e, lasciato libero di muoversi, può traslare solo lungo l'asse  $z$ . All'istante  $t = 0$  l'anello viene lasciato da fermo in posizione  $z(0) = 0$  e per effetto del suo peso inizia a muoversi verso il basso. Si deve supporre che il moto si svolga tutto nella regione in cui il campo magnetico è descritto dalle equazioni mostrate sopra.

Non appena l'anello si muove il flusso del campo  $\vec{B}$ , concatenato con l'anello, varia; dette  $R$  ed  $L$  la resistenza e l'induttanza (coefficiente di autoinduzione) dell'anello, questo può essere descritto come un circuito alimentato dalla f.e.m. indotta.

- Si scriva l'equazione del circuito, in termini della corrente che scorre nell'anello  $I(t)$  e della velocità dell'anello  $v(t) = dz/dt$ .

Si consideri, d'ora in poi, che  $R$  sia completamente trascurabile e quindi si ponga direttamente  $R = 0$ , come avverrebbe per un anello *superconduttore*. L'anello viene tenuto fermo in posizione  $z = 0$  e in esso non scorre corrente; appena l'anello viene lasciato libero inizia a muoversi e la corrente inizia a scorrere nell'anello determinando, in presenza del campo  $\vec{B}$ , una forza non nulla sull'anello.

- Si dimostri che il flusso magnetico totale attraverso l'anello è costante.
- Si mostri che la corrente  $I$  che circola nell'anello, mentre questo si muove, è proporzionale alla coordinata  $z$  che dà la posizione istantanea dell'anello.
- Si calcoli la forza magnetica agente sull'anello, in funzione della sua posizione  $z$ , si mostri che l'equazione di moto dell'anello è quella di un oscillatore armonico, e se ne determini il periodo.
- Si determini la legge oraria  $z(t)$  che descrive il moto seguito dall'anello, dall'istante in cui l'anello viene lasciato da fermo in  $z = 0$ .
- Si trovi il valore massimo del modulo della corrente  $I(t)$  che circola nell'anello e si determini la posizione dell'anello quando si raggiunge tale massimo.

## ALCUNE COSTANTI FISICHE (\*)

COSTANTE	SIMBOLO	VALORE	UNITÀ
Velocità della luce nel vuoto	$c$	$3.00 \times 10^8$	$\text{m s}^{-1}$
Carica elementare	$e$	$1.602 \times 10^{-19}$	C
Massa dell'elettrone	$m_e$	$9.11 \times 10^{-31}$	kg
		$= 5.11 \times 10^2$	$\text{keV } c^{-2}$
Costante dielettrica del vuoto	$\varepsilon_0$	$8.85 \times 10^{-12}$	$\text{F m}^{-1}$
Permeabilità magnetica del vuoto	$\mu_0$	$1.257 \times 10^{-6}$	$\text{H m}^{-1}$
Massa del protone	$m_p$	$1.673 \times 10^{-27}$	kg
		$= 9.38 \times 10^2$	$\text{MeV } c^{-2}$
Costante di Planck	$h$	$6.63 \times 10^{-34}$	J s
Costante universale dei gas	$R$	8.31	$\text{J mol}^{-1} \text{K}^{-1}$
Numero di Avogadro	$N$	$6.02 \times 10^{23}$	$\text{mol}^{-1}$
Costante di Boltzmann	$k$	$1.381 \times 10^{-23}$	$\text{J K}^{-1}$
Costante di Faraday	$F$	$9.65 \times 10^4$	$\text{C mol}^{-1}$
Costante di Stefan-Boltzmann	$\sigma$	$5.67 \times 10^{-8}$	$\text{W m}^{-2} \text{K}^{-4}$
Costante gravitazionale	$G$	$6.67 \times 10^{-11}$	$\text{m}^3 \text{kg}^{-1} \text{s}^{-2}$
Pressione atmosferica standard	$p_0$	$1.013 \times 10^5$	Pa
Temperatura standard (0°C)	$T_0$	273	K
Volume molare di un gas perfetto in condizioni standard ( $p_0, T_0$ )	$V_m$	$2.24 \times 10^{-2}$	$\text{m}^3 \text{mol}^{-1}$
Unità di massa atomica	u	$1.661 \times 10^{-27}$	kg

## ALTRI DATI CHE POSSONO ESSERE NECESSARI (\*)

Accelerazione media di gravità	$g$	9.81	$\text{m s}^{-2}$
Densità dell'acqua	$d_a$	$1.00 \times 10^3$	$\text{kg m}^{-3}$
Calore specifico dell'acqua	$c_a$	$4.19 \times 10^3$	$\text{J kg}^{-1} \text{K}^{-1}$
Calore di fusione dell'acqua	$\lambda_f$	$3.34 \times 10^5$	$\text{J kg}^{-1}$
Calore di vaporizzazione dell'acqua (a 100°C)	$\lambda_v$	$2.26 \times 10^6$	$\text{J kg}^{-1}$
Calore specifico del ghiaccio (a 0°C)	$c_g$	$2.11 \times 10^3$	$\text{J kg}^{-1} \text{K}^{-1}$

(\*) Valori arrotondati, con errore relativo minore di  $10^{-3}$ 

Materiale elaborato dal Gruppo



**PROGETTO OLIMPIADI**

*Segreteria Olimpiadi Italiane della Fisica*

e-mail: [olifis@aif.it](mailto:olifis@aif.it) - fax: 041.584.1272

WEB: [www.olifis.it](http://www.olifis.it)

**NOTA BENE**

È possibile utilizzare, riprodurre, distribuire, comunicare al pubblico questo materiale alle due seguenti condizioni: citare la fonte; non usare il materiale, nemmeno parzialmente, per fini commerciali.