## Risposte e risultati

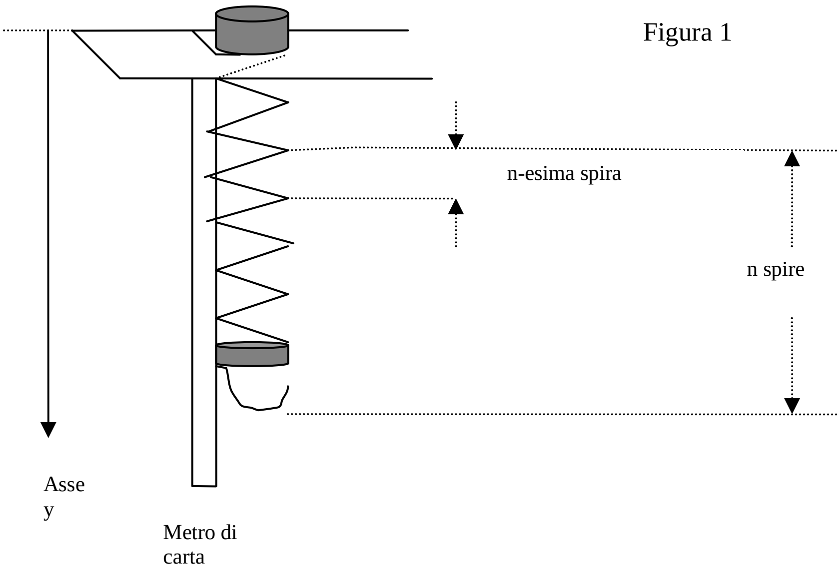



Figura 1

Quando è sospesa, la molla giocattolo si allunga per il suo stesso peso e per quello dell'eventuale carico di rondelle; gli allungamenti delle singole spire decrescono dall'alto verso il basso al diminuire del peso che fa da forza di trazione. Quando la molla è scarica le spire più in basso, circa una decina, restano unite senza allungarsi.[1]

Conviene contare le spire prima di deformare l'ultima per fare il gancio, come viene consigliato nel testo; si può apprezzare fino a ¼ o 1/5 di spira.
Il numero totale delle spire servirà poi per trovare la massa della molla.

**- Ricava sperimentalmente la funzione $\Delta y = f(n)$ , dove $\Delta y$ è la lunghezza assunta in direzione verticale dalla singola *n*-esima spira a molla scarica, ed *n* è il numero di spire sottostanti (vedi figura 1).**
Quando la molla è appesa, il punto finale del gancio dovrebbe essere sulla stessa verticale dell'inizio della prima spira, se si vuole avere un numero intero di spire in sospensione. Sul metro di carta fissato al righello, che pende verticalmente lungo la molla a contatto con le spire, si legge la posizione y di ogni singola spira, o meglio la posizione del punto di ogni spira che risulti allineato con il punto d'inizio della prima, per esempio là dove questa si stacca dal righello di sostegno, oppure con un altro punto scelto come riferimento. Si leggono le posizioni y delle spire della molla scarica. La figura suggerisce di numerare le spire a partire dal basso e di comprendere nelle n spire anche quella che si deforma, e il cui "Δy" è in esame. Δy esprime l'allungamento della spira sommato al suo spessore.
La tabella I riporta alcuni risultati per una molla di massa 103,62 g (misurata con bilancia), e 87,5 spire. Si è apprezzato il ½ millimetro.
Si può procedere costruendo il grafico degli allungamenti di una singola spira in funzione delle spire sottostanti. Il comportamento della molla sembra molto regolare, ma i punti risultano un po' dispersi, anche perché non si possono apprezzare variazioni della lunghezza Δy inferiori a 0,5 mm. Comunque il grafico appare chiaramente rettilineo e se ne può ricavare l'equazione $\Delta y = A_0 + B_0$ n. È molto più comodo ottenere una regressione lineare con la calcolatrice.
Il grafico rettilineo per la molla scarica non passa per l'origine, e attraversa l'asse delle ascisse in un punto corrispondente a $n_o$ spire (una decina di spire). Difatti le spire più basse della molla non si deformano per effetto del loro peso. L'equazione della retta esprime la relazione fisica tra numero di spire e allungamento solo per $n > n_o$ . Per $n \le n_o$ , con la formula si otterrebbero valori negativi o nulli, mentre in realtà ogni Δy corrisponde al solo spessore s di una spira (s = lunghezza molla / numero totale di spire) .
La funzione $\Delta y = f(n)$ è: per $0 < n \le n_0$, $\Delta y = s$ ; per $n_0 < n \le n_{max}$, $\Delta y = A_0 + B_0 n$

Esempio: $n_0 = 11$ ; lunghezza molla = 50 mm, numero totale di spire = 87,5; s = 0,57 mm
per $0 < n \le 11$, $\Delta y = 0,57$ mm
per $11 < n \le n_{max}$, $\Delta y = A_0 + B_0 n$ , con $A_0 = -3,72$ mm $\approx -3,7$ mm , $B_0 = 0,332$ mm (da grafico manuale)
$A_0 = -2,56$ mm $\approx -2,6$ mm , $B_0 = 0,301$ mm (da calcolatrice)

Il termine con incertezza maggiore è $A_0$.

[1] Nel processo di fabbricazione di alcune molle, tutte le spire vengono "ritorte" in maniera che stiano unite le une alle altre: quindi, per staccare le spire occorre una certa forza , che in gergo si chiama forza di pretensione. In questo caso, qualunque sia la sua origine, questa forza di precompressione equivale al peso di una decina di spire.

Tabella I

con bilancia: massa di 12 rondelle 1 = 38,2 g; massa di 12 rondelle 2 = 42,7 g; massa molla = 103,62 g

| Numero n di spire Incert.(mm) | y Scarica (mm) ± 0,5 | y (rondelle1) (mm) ± 0,5 | y (rondelle2) (mm) ± 0,5 | Δy scarica. (mm) ± 1 | Δy (rondelle 1) (mm) ± 1 | Δy (rondelle 2) (mm) ± 1 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 51 | 0 | 0 | 0 | | | |
| 50 | 10 | 21 | 22 | 10 | 21 | 22 |
| 49 | 23,5 | 43,5 | 45,5 | 13,5 | 22,5 | 23,5 |
| 48 | 35,5 | 64 | 67 | 12 | 20,5 | 21,5 |
| 47 | 47 | 84 | 89 | 11,5 | 20 | 22 |
| 46 | 58 | 104 | 110 | 11 | 20 | 21 |
| 45 | 69 | 124 | 130 | 11 | 20 | 20 |
| 44 | 80 | 143 | 151 | 11 | 19 | 21 |
| 43 | 89,5 | 162 | 170,5 | 9,5 | 19 | 19,5 |
| 42 | 99 | 180,5 | 190 | 9,5 | 18,5 | 19,5 |
| 41 | 109 | 200 | 210 | 10 | 19,5 | 20 |
| 40 | 118,5 | 218 | 230 | 9,5 | 18 | 20 |
| 39 | 127 | 235 | 248,5 | 8,5 | 17 | 18,5 |
| 38 | 136 | 253 | 267 | 9 | 18 | 18,5 |
| 37 | 144 | 271 | 286 | 8 | 18 | 19 |
| 36 | 153 | 288 | 304 | 9 | 17 | 18 |
| 35 | 160 | 304 | 321,5 | 7 | 16 | 17,5 |
| 34 | 168 | 321 | 339,5 | 8 | 17 | 18 |
| 33 | 176 | 338 | 357 | 8 | 17 | 17,5 |
| 32 | 183 | 353,5 | 374 | 7 | 15,5 | 17 |
| 31 | 189,5 | 369 | 391 | 6,5 | 15,5 | 17 |
| 30 | 196 | 385 | 408 | 6,5 | 16 | 17 |
| 29 | 203 | 400,5 | 424 | 7 | 15,5 | 16 |
| 28 | 208 | 415 | 439 | 5 | 14,5 | 15 |
| 27 | 213,5 | 429 | 455 | 5,5 | 14 | 16 |
| 26 | 219,5 | 444 | 471 | 6 | 15 | 16 |
| 25 | 224,5 | 458 | 486 | 5 | 14 | 15 |
| 24 | | 471 | 500 | | 13 | 14 |
| 23 | | 485 | 515 | | 14 | 15 |
| 22 | | 498 | 529 | | 13 | 14 |
| 21 | | 511 | 543 | | 13 | 14 |
| 20 | | 523 | 556,5 | | 12 | 13,5 |
| 19 | | 536 | 570 | | 13 | 13,5 |
| 18 | | 549 | 584 | | 13 | 14 |
| 17 | | 560 | 596,5 | | 11 | 12,5 |
| 16 | | 571 | 608,5 | | 11 | 12 |
| 15 | | 582,5 | 621,5 | | 11,5 | 13 |
| 14 | | 594 | 633,5 | | 11,5 | 12 |
| 13 | | 604 | 645 | | 10 | 11,5 |
| 12 | | | 656 | | | 11 |
| 11 | | | 667,5 | | | 11,5 |

**Determina la massa della molla con la minor incertezza possibile.**
Esempio di risultati per una molla di massa 103,62 g (misurata con bilancia), e 87,5 spire. Si è apprezzato ½ millimetro.

<u>Procedura (I):</u>

Dalle posizioni y si ricavano le lunghezze Δy (= allungamento + spessore) di ogni singola spira, oppure di gruppetti di spire consecutive (p.es. 5 spire) sia per molla scarica che per molla caricata con 12 rondelle Si costruiscono con gli stessi assi i

due grafici delle lunghezze $\Delta y$ in funzione del numero n di spire sottostanti e la figura suggerisce come contare queste ultime, così da avere lunghezze $\Delta y$ crescenti al crescere di n. Raggruppando più spire (p.es. 5) si ottiene una minore dispersione dei punti. I due grafici sono rettilinei e (circa) paralleli tra loro.
La molla non sembra presentare isteresi; si può supporre che a parità di allungamento di una singola spira o di un gruppo di spire, la forza di trazione sulla spira sia la stessa. Per ogni valore di allungamento, tra i due numeri di spire corrispondenti nei due grafici c'è una differenza, che è dovunque la stessa se i grafici sono paralleli, e che esprime il numero di spire che pesano come le dodici rondelle. Le spire appaiono tutte uguali per forma, dimensioni e materiale, e quindi dal numero complessivo di spire della molla si ricava facilmente quanto pesa tutta la molla.

Esempio[2] con le rondelle di "tipo 1".
Massa rondelle 1 = 38,2 ± 0,1 g; numero totale di spire = 87,5 ± 0,25 spire
Dai grafici manuali ($\Delta y$ vs n) : $n_{scarica} - n_{carica} = 30 \pm 2$ spire
Valore della massa molla = 38,2 · 87,5 / 30 = 111,42 g
Incertezza % = 0,26% + 0,29% + 6,67% = 7,22 % massa molla = 111 ± 7 g

Dai grafici della lunghezza complessiva di 5 spire consecutive in funzione di n, l'incertezza del valore di ($n_{scarica} - n_{carica}$) diminuisce e così quella sulla massa:
$n_{scarica} - n_{carica} = 31,8 \pm 0,6$ spire → massa molla = 105 ± 2 g

Oppure con la calcolatrice si fanno le due regressioni lineari di $\Delta y$ in funzione di n. Dai coefficienti delle relazioni $\Delta y = A_1 + B_1 n$ e $\Delta y = A_0 + B_0 n$ , con molla carica e scarica, si può ricavare la differenza tra le ascisse n a parità di $\Delta y$. Il risultato è unico se le rette sono parallele, cioè se $B_1 = B_0$ .

Esempio.
Molla scarica : $A_0 = -2,5627$ ; $B_0 = 0,30115$
Molla carica con rondelle di tipo 1: $A_1 = 6,8088$ ; $B_1 = 0,28864$
(Molla carica con rondelle di tipo 2 e 3; $A_2 = 7,9126$ ; $B_2 = 0,2880$; $A_3 = 7,157$ ; $B_3 = 0,3037$)

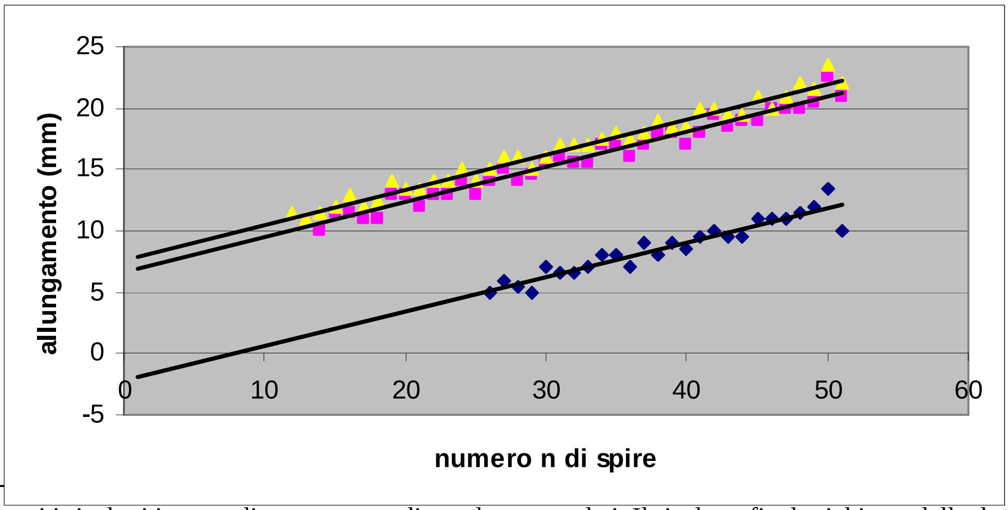
I due coefficienti angolari B risultano un po' diversi per molla carica e non.
Facendo il conto con coefficiente angolare massimo $B_0$ e poi con quello minimo $B_1$, si ottengono nell'ordine i valori seguenti e si ha un'idea dell'incertezza del risultato ottenuto per questa via.

massa molla = massa rondelle · n totale di spire/( $n_{scarica} - n_{carica}$ ) = 38,2 g · 87,5 spire / ( $n_{scarica} - n_{carica}$ )

$n_{scarica} - n_{carica} = (A_0 + A_1) / B_0 = 31,11$ spire → massa molla = 107,4 g

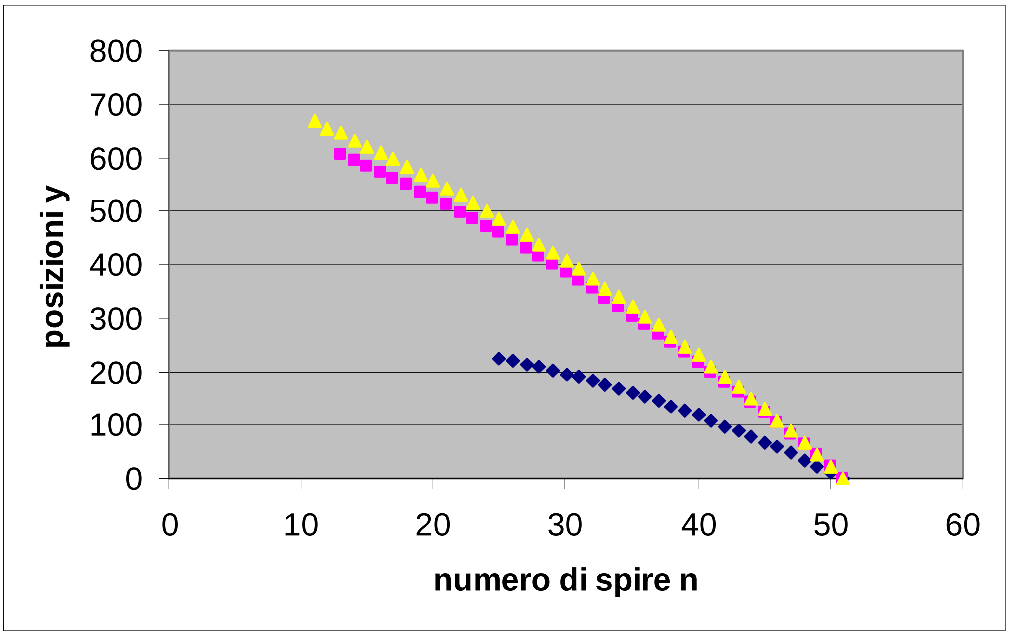
$n_{scarica} - n_{carica} = (A_0 + A_1) / B_1 = 32,47$ spire → massa molla = 102,9 g

In conclusione massa molla = 105 ± 2 g
I grafici della figura provengono dai dati della tabella elaborati con Excel; si riferiscono, nell'ordine di allungamenti crescenti, a: molla scarica, molla carica con 12 rondelle di tipo 1 (m = 38,2 g), molla carica con 12 rondelle di tipo 2 (m = 42,7 g).




[2] Nei vari esempi i risultati intermedi non saranno di regola arrotondati. Il risultato finale richiesto dalla domanda verrà espresso con le sole cifre significative.

<u>Procedura (II) Posizioni y in funzione del numero n di spire sottostanti.</u>




Si costruiscono con gli stessi assi i grafici delle posizioni y in funzione del numero n di spire sottostanti. (v. figura ) Il riferimento a molla carica e scarica è lo stesso della figura precedente. Gli allungamenti, o meglio le lunghezze delle singole spire sono dati dalla pendenza $\Delta y / \Delta n$ delle tangenti ai grafici nei vari punti. A tangenti parallele corrispondono allungamenti uguali. Si traccia la tangente in un punto di un grafico e si cerca nell'altro grafico il punto dove la tangente è parallela alla prima. La differenza tra le ascisse dei due punti è il numero di spire che pesa come le 12 rondelle. Con questo secondo metodo, la massa è determinata con maggior incertezza del primo, dato che le costruzioni sono per necessità manuali.

Esempio

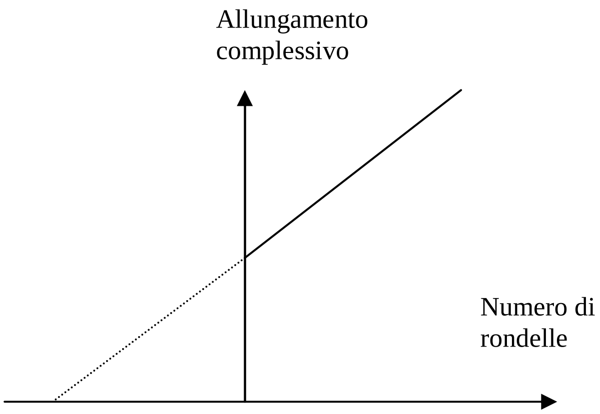
$n_{scarica} = 43 \pm 2$ spire $\quad n_{carica} = 10 \pm 2$ spire

$n_{scarica} - n_{carica} = 33 \pm 4$ spire $\rightarrow$ massa molla = $105 \pm 13$ g $\quad$ massa molla = $(1{,}1 \pm 0{,}1) \cdot 10$ g

Nota. – La relazione $\Delta y = f(n)$ ci dice che sono scorretti quei procedimenti che ipotizzano una proporzionalità diretta tra $\Delta y$ di una determinata spira e il carico sottostante.

Anche il metodo seguente che è concettualmente sbagliato. Si sospende la molla, p.es. con 50 spire pendenti; si appendono al gancio 0, 1, 2, …..12 rondelle, e si misura il corrispondente allungamento complessivo. Dall'andamento lineare dell'allungamento in funzione del numero di rondelle (ottenuto da un grafico o direttamente dalla tabella), e con l'ipotesi che l'allungamento sia proporzionale al peso complessivo, si estrapola la massa (in unità di rondelle) delle spire pendenti (p.es. 50) e poi quello dell'intera molla. Procedendo così si ottiene una massa di una quarantina di grammi per la molla che invece ne pesa un centinaio.

Difatti, mentre il peso delle rondelle si trasmette uniformemente a tutte le spire, il peso delle spire ha un effetto diverso a seconda della posizione delle spire stesse, che si deformano più o meno a seconda del numero di spire "sottostanti".



**Lascia pendere 60 spire della molla, infila nelle cannucce complessivamente12 rondelle distribuendole sulle cannucce stesse come ritieni più opportuno; regola poi la distanza di queste dall'asse di rotazione fino a che osservi che il moto di oscillazione orizzontale si alterna con quello verticale, con uno scambio completo di energia (risonanza): quando uno cessa l'altro ha la massima ampiezza. È importante far partire il sistema sempre dalla stessa situazione iniziale: il bicchierino è allontanato di non più di 5 o 6 cm dalla posizione di equilibrio statico, la torsione è nulla.**

- **Quanto vale il "periodo" proprio di ciascuno dei due moti oscillatori?**
- **A quali distanze dall'asse della molla hai posto le rondelle?**
- **In questa situazione determina C ed esprimila in unità di misura SI.**

Prima di infilare le cannucce nel bicchierino, conviene segnarvi sopra con il pennarello il punto medio e anche alcuni punti a distanza nota, p.es. 1 cm, l'uno dall'altro.
È meglio misurare preventivamente il periodo proprio delle oscillazioni longitudinali, lasciando tutte le rondelle dentro il bicchierino. Così, senza l'interferenza dell'altro movimento - si nota appena una lieve vibrazione delle cannucce - la misurazione è più comoda e più precisa, essendo possibile misurare la durata di 10 o più oscillazioni complete.
Disposte poi le rondelle a tre a tre sui quattro bracci delle cannucce, si lascia partire il sistema nelle condizioni iniziali indicate nella scheda; si notano subito dei battimenti e la presenza dei due movimenti. I due movimenti si alternano già quando la distanza delle rondelle dall'asse è di circa 6 o 7 cm. Si possono spostare i quattro blocchi di tre rondelle mantenendole a contatto fra di loro, possibilmente alla stessa distanza dall'asse di rotazione, fino a che il periodo torsionale risulta uguale a quello longitudinale preventivamente misurato. Se il periodo delle longitudinali risulta maggiore di quello delle torsionali, le rondelle vanno allontanate, e viceversa. Più ci si avvicina alla situazione di uguaglianza dei periodi, più numerose sono le oscillazioni di ciascun movimento, fino a 5 o 6. Si osservano meglio quelle torsionali. È importante rispettare le condizioni iniziali suggerite nella scheda; se alla partenza si dà una torsione oltre all'allungamento, capita che i due movimenti avvengano insieme senza scambi visibili di energia.

| n | distanze sulle due coppie di bracci (cm) | Durata di 5 oscilla-zioni torsionali (s) | T torsionali medio(s) | T longitudinali medio (s) | C (Nm) | C·n (Nm) |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 60 rond 1 (38,2 g) | 8,25 cm; 8,25 cm | 9,56; 9,68; 9,60; 9,66; 9.37 | 1,91±0,04 | 1,91± 0,01 | (2,8 ± 0,3) $10^{-3}$ | 0,17 ± 0,02 |
| 60 rond 2 (42,7 g) | 8,0 cm; 8,0 cm | 9,81; 9,85; 10,06; 9,78; 9,82 | 1,97± 0,03 | 1,97± 0,01 | (2,8 ± 0,3) $10^{-3}$ | 0,17 ± 0,02 |
| 60 rond 3 (39,1 g) | 8,25 cm; 8,25 cm | 9,75; 9,78; 9,66; 9,85; 9,75 | 1,94± 0,03 | 1,94± 0,01 | (2,8 ± 0,3) $10^{-3}$ | 0,17 ± 0,02 |

I periodi propri delle oscillazioni longitudinali riportati nella tabella sono stati misurati, ponendo tutte le rondelle nel bicchierino. Sono stati poi controllati in situazione di risonanza, ma con un'incertezza molto maggiore, poiché è difficile misurare la durata di più di 3 oscillazioni longitudinali consecutive.
Quando i due periodi risultano uguali, dai loro valori e dalla distanza delle rondelle dall'asse, si può ricavare il valore di C richiesto. Per misurare la distanza delle rondelle, si può fare riferimento a quella centrale se sono a contatto. Nell'esempio si è apprezzato ¼ di centimetro. Si ricava quindi il momento di inerzia. Occorre fare attenzione alle unità di misura delle masse e delle distanze per calcolare C in unità SI, perché è facile sbagliare di qualche ordine di grandezza.
In questa situazione
da $T^2 = 4\,\pi^2\, I/C$ si ricava $C = 4\,\pi^2\, I/\, T^2$, dove $I = \Sigma$ [masse rondelle · (distanze dall'asse)$^2$ ]

Esempio di calcolo per rondelle di tipo 1; per i risultati relativi agli altri due tipi vedi il Quadro riassuntivo.

$C = 4\,\pi^2 \cdot 38{,}2 \cdot 10^{-3} \cdot (8{,}25 \cdot 10^{-2})^2 / 1{,}91^2 = 2{,}82 \cdot 10^{-3}$ N m

Incertezza di C: $\Delta C = (\Delta m/m + 2\ \Delta\gamma/\gamma + 2\ \Delta T/T)\cdot C = 0{,}0003$ (10 %)
Il raggio d'inerzia $\gamma$ è definito dalla *$\gamma$ · massa totale = Momento di inerzia*. In questo caso $\gamma$ coincide con la distanza delle rondelle dall'asse della molla.

$C = (2{,}8 \pm 0{,}3)\ 10^{-3}$ N m

**Dalla prima situazione di risonanza, prevedine un'altra con sole 30 spire in oscillazione e sempre con 12 rondelle. Per fare la previsione richiesta è necessaria anche un'ipotesi sul nuovo valore C' del rapporto tra momento della forza di torsione e l'angolo di rotazione. L'ipotesi è questa: supponiamo che C' sia inversamente proporzionale al numero di spire.**

- **A quale distanza dall'asse longitudinale della molla andranno sistemate?**
- **Controlla se alla distanza prevista c'è la risonanza, altrimenti aggiusta la distanza delle rondelle fino ad ottenerla. Quanto vale il "periodo" proprio di ciascuno dei due moti oscillatori?**
- **Quanto vale la nuova C' ricavata dalle misure, ed espressa in unità SI? L'ipotesi è coerente con il risultato?**

Previsione con 30 spire.
Per prevedere la distanza richiesta, o meglio il raggio d'inerzia $\gamma$ per le 12 rondelle, è necessario ricavare il nuovo momento d'inerzia I'. $I' = T'^2 C'/ 4\pi^2$ , dove T' indica il nuovo periodo alla risonanza.
T' è facilmente prevedibile lasciando oscillare 30 spire della molla, con tutte le 12 rondelle dentro il bicchierino, in modo da avere il periodo proprio delle longitudinali che sarà uguale a quello delle torsionali alla risonanza.
Si può calcolare C' dall'ipotesi di proporzionalità inversa tra C e il numero n di spire oscillanti.
Nell'ipotesi di proporzionalità inversa: 30 C' = 60 C ; C' = 2C.
Da C' e da T' si ricava I' e quindi il raggio d'inerzia $\gamma'$ dalla $\gamma'^2 = I'$ / massa 12 rondelle.
Più velocemente si può ricavare $\gamma'$ dalla formula seguente che vale se le masse sui bracci sono le stesse:
$\gamma'^2 = \gamma^2 (T'^2/T^2)(60/30)$ $\qquad \gamma' = \gamma (T'/T) \cdot \sqrt{2}$

Esempio di calcolo per le rondelle di tipo 1 (m=38,2 g/12)
Il periodo proprio T' delle oscillazioni longitudinali con 30 spire, misurato preventivamente come detto sopra, contando 10 oscillazioni risulta: T' medio = 1,21 ± 0,01 s
Dalla formula del periodo delle oscillazioni torsionali, con il valore di T' e da quello di C' si ricava la distanza dall'asse (raggio d'inerzia ) a cui vanno poste le rondelle.
Distanza prevista = $8{,}25 \cdot (1{,}21/ 1{,}91)\sqrt{2} = 7{,}39$ cm

Disponendo le rondelle alle distanze previste ( funge da riferimento la rondella in mezzo alle altre due) si nota che bisogna allontanarle un po', perché il periodo delle torsionali diventi uguale a quello proprio delle longitudinali.

| n | distanze sulle due coppie di bracci (cm) | Durata di 5 oscillazioni torsionali (s) | T' torsionali medio (s) | T' longitudinali medio (s) | C' (Nm) | C·n (Nm) |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 30 rond. 1 (38,2 g) | 7,75 ; 7,75<br><br>(prevista: 7,39 cm) | 6,00; 6,07; 6,06; 6,00; 6,03 | 1,21 ± 0,01 | 1,21 ± 0,01 | $(6{,}2 \pm 0{,}5)\cdot 10^{-3}$ | 0,19± 0,02 |
| 30 rond. 2 (42,7 g) | 7,5 ; 7,25<br>$\gamma'$reale = $[(7{,}5^2+7{,}25^2)/2]^{1/2}$ = 7,38 cm<br>(prevista: 7,23 cm) | 6,28; 6,29; 6,35; 6,29; 6,30 | 1,26 ± 0,01 | 1,26 ± 0,01 | $(5{,}8 \pm 0{,}5)\cdot 10^{-3}$ | 0,17± 0,02 |
| 30 rond. 3 (39,1 g) | 7,75 ; 7,75<br><br>(prevista : 7,36 cm) | 6,15; 6,03; 6,12; 6,16; 6,00 | 1,22 ± 0,01 | 1,22 ± 0,01 | $(6{,}2 \pm 0{,}5)\cdot 10^{-3}$ | 0,19± 0,02 |

L'ipotesi si può considerare coerente con il risultato $\gamma'$ , in quanto questo è compatibile con quello previsto, date le incertezze delle misure (± 0,25 cm).

$C'_1 = 4\pi^2 \cdot 38{,}2\cdot 10^{-3} \cdot (7{,}75\cdot 10^{-2})^2 / 1{,}21^2 = 0{,}00618665$ Nm ≈ 0,0062 Nm

Incertezza $\Delta C'_1 = (\Delta m/m + 2\,\Delta\gamma'/\gamma' + 2\,\Delta T'/T')\,C'_1 = 0{,}0005$ ( 8 %)

$C'_1 = (6{,}2 \pm 0{,}5)\,10^{-3}$ N m  Assumendo invece per T un'incertezza di ±0,04 s, risulta $C'_1 = (6{,}2 \pm 0{,}8)\,10^{-3}$ N m (±13%)

Con 30 o 60 spire oscillanti, i prodotti C·n sono compatibili tra loro. Si può dire che con un'incertezza del 13% l'ipotesi è coerente con i risultati.
Per verificare la validità o meno dell'ipotesi di proporzionalità inversa tra C e n, occorrerebbe un numero maggiore di prove variando il numero di spire in oscillazione, e, ovviamente, un dispositivo che permetta una maggior precisione.

Quadro dei risultati – Esempi (i suffissi 1,2,3 o i numeri tra parentesi indicano i tre tipi di rondelle: rondelle 1- massa = 38,2 g; rondelle 2 , massa = 42,7 g; rondelle 3: massa = 39,1 g)

| | |
|---|---|
| 1 a | **Formula** $\Delta y = f(n)$<br>da grafico manuale:<br>$0 < n \leq 11$, $\Delta y = 0{,}57$ mm<br>$11 < n \leq n_{max}$, $\Delta y = A_0 + B_0\, n$, con $A_0 = -3{,}7$ mm , $B_0 = 0{,}33$ mm , $n_0 = 11$ spire<br><br>da regressione lineare con calcolatrice $A_0 = -2{,}56$ mm , $B_0 = 0{,}301$ mm, $n_0 = 8{,}5$ spire;<br>( foglio elettronico: $A_0 = -2{,}1388$ mm , $B_0 = 0{,}2798$ mm, $n_0 = 7{,}6$ spire; $R^2 = 0{,}8962$) |
| 1 b | **Massa della molla** [103,62 ± 0,01 g con bilancia]<br>Da grafico manuale di $\Delta y$ (di singola spira) vs n:<br>$m_1 = 112 \pm 7$ g ($n_1 - n_0 = 30 \pm 2$ spire)<br>$m_2 = 113 \pm 7$ g; ($n_2 - n_0 = 33 \pm 2$ spire)<br>$m_3 = 107 \pm 7$ g ($n_3 - n_0 = 32 \pm 2$ spire)<br>Da grafico manuale di $\Delta y$ (di 5 spire consecutive) vs n : $m_{1,2,3} = 105 \pm 2$ g<br>Da regressioni lineari con calcolatrice: $m_{1,2,3} = 105 \pm 2$ g |
| 2 a<br>(60 spire) | **"Periodo" delle oscillazioni longitudinali**<br>$T_1 = 1{,}91 \pm 0{,}01$s; $T_2 = 1{,}97 \pm 0{,}01$s; $T_3 = 1{,}94 \pm 0{,}01$ s |
| | **"Periodo" delle oscillazioni torsionali**<br>$T_1 = 1{,}91 \pm 0{,}04$s; $T_2 = 1{,}97 \pm 0{,}03$s; $T_3 = 1{,}94 \pm 0{,}03$ s |
| | **Distanza/e dall'asse**<br>(1) 8,25 cm; 8,25 cm (2) 8,0 cm; 8,0 cm (3) 8,25 cm; 8,25 cm |
| | **C**<br>(1): $(2{,}8 \pm 0{,}3)\cdot 10^{-3}$ N m (2): $(2{,}8 \pm 0{,}3)\cdot 10^{-3}$ N m (3) $(2{,}8 \pm 0{,}3)\cdot 10^{-3}$ N m<br><br>con maggior numero di risultati → misura di riferimento : $(2{,}7 \pm 0{,}3)\cdot 10^{-3}$ N m |
| 2 b<br>(30 spire) | **Distanza prevista**<br>(1): 7,4 cm (2): 7,2 cm (3) 7,4 cm |
| | **Distanza/e misurata/e**<br>(1) 7,75 cm; 7,75 cm ; (2) 7,5 cm; 7,25 cm (3) 7,75 cm; 7,75 cm ; |
| | **"Periodo" delle oscillazioni longitudinali**<br>$T_1 = 1{,}21 \pm 0{,}01$s; $T_2 = 1{,}26 \pm 0{,}01$s; $T_3 = 1{,}22 \pm 0{,}01$ s |
| | **"Periodo" delle oscillazioni torsionali**<br>$T_1 = 1{,}21 \pm 0{,}01$s; $T_2 = 1{,}26 \pm 0{,}01$s; $T_3 = 1{,}22 \pm 0{,}01$ s |
| | **C'**<br>(1): $(6{,}2 \pm 0{,}5)\cdot 10^{-3}$ N m (2): $(5{,}8 \pm 0{,}5)\cdot 10^{-3}$ N m (3) $(6{,}2 \pm 0{,}5)\cdot 10^{-3}$ N m<br>$(6{,}2 \pm 0{,}8)\cdot 10^{-3}$ N m $(5{,}8 \pm 0{,}8)\cdot 10^{-3}$ N m $(6{,}2 \pm 0{,}8)\cdot 10^{-3}$ N m<br><br>con maggior numero di risultati → misura di riferimento : $(5{,}5 \pm 0{,}7)\cdot 10^{-3}$ N m |
| | **Ipotesi e risultato coerenti?**<br>Sì. Il prodotto C·n è costante entro il 13%.<br>L'ipotesi fa prevedere una distanza compatibile con il raggio d'inerzia misurato. |

Masse delle molle e masse delle 12 rondelle misurate con la bilancia ed espresse in grammi.

| n. tav. | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Molla | 102.0 | 105.8 | 101.5 | 101.9 | 103.0 | 105.7 | 104.9 | 104.6 | 104.4 | 102.5 | 103.8 | 102.2 |
| Rond | 39,1 | 38,9 | 42.7 | 39.1 | 39.0 | 38.4 | 39.1 | 39.2 | 39.1 | 39.0 | 39.1 | 39.2 |

| n. tav. | 13 | 14 | 15 | 16 | 17 | 18 | 19 | 20 | 21 | 22 | 23 | 24 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Molla | 102.2 | 105.4 | 102.2 | 101.7 | 104.2 | 102.5 | 106.1 | 103.3 | 104.4 | 102.6 | 104.6 | 101.3 |
| Rond | 39.2 | 38.3 | 39.1 | 39.0 | 39.1 | 39.2 | 39.0 | 39.3 | 39.1 | 39.2 | 39.1 | 42.6 |

| n. tav. | 25 | 26 | 27 | 28 | 29 | 30 | 31 | 32 | 33 | 34 | 35 | 36 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Molla | 105.7 | 105.1 | 104.5 | 104.9 | 102.3 | 104.5 | 103.8 | 101.8 | 101.9 | 102.7 | 103.0 | 102.2 |
| Rond | 38.3 | 39,2 | 39,0 | 39,1 | 39,0 | 39,2 | 39,1 | 39,2 | 39,1 | 38.9 | 39,1 | 38.9 |

| n. tav. | 37 | 38 | 39 | 40 | 41 | 42 | 43 | 44 | 45 | 46 | 47 | 48 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Molla | 102.7 | 102.5 | 101.7 | 103.4 | 101.9 | 102.5 | 102.5 | 102.9 | 101.7 | 103.5 | 103.1 | 101.0 |
| Rond | 39.1 | 39.1 | 39.1 | 38.2 | 39.1 | 39.1 | 38.9 | 39.1 | 39.1 | 39.1 | 39.3 | 42.7 |

| n. tav. | 49 | 50 | 51 | 52 | 53 | 54 | 55 | 56 | 57 | 58 | 59 | 60 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Molla | 103.4 | 103.1 | 102.7 | 103.3 | 103.2 | 103.5 | 103.7 | 102.5 | 102.1 | 103.1 | 102.3 | 102.3 |
| Rond | 39.1 | 39.1 | 39.1 | 39.1 | 39.2 | 38.4 | 39.1 | 39.0 | 39.1 | 39.0 | 39.1 | 38.4 |

| n. tav. | 61 | 62 | 63 | 64 | 65 | 66 | 67 | 68 | 69 | 70 | 71 | 72 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Molla | 102.2 | 104.0 | 102.8 | 105.1 | 102.2 | 103.0 | 103.3 | 102.3 | 103.2 | 105.8 | 102.7 | 102.3 |
| Rond | 39.1 | 39.2 | 39.1 | 39.0 | 42.7 | 39.1 | 39.2 | 39.1 | 39.1 | 38.3 | 39.1 | 39.2 |

| n. tav. | 73 | 74 | 75 | 76 | 77 | 78 | 79 | 80 | 81 | 82 | 83 | 84 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Molla | 102.2 | 104.5 | 103.0 | 105.3 | 102.2 | 103.9 | 102.8 | 102.5 | 102.6 | 102.6 | 103.0 | 102.2 |
| Rond | 39.1 | 39.2 | 39.0 | 38.3 | 39.1 | 39.0 | 39.1 | 39.2 | 39.0 | 39.2 | 38.4 | 39.0 |

| n. tav. | 85 | 86 | 87 | 88 | 89 | 90 | 91 | 92 | 93 | 94 | 95 | 96 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Molla | 102.1 | 101.2 | 102.3 | 101.1 | 103.1 | 103.7 | 102.2 | 104.7 | 102.5 | 105.6 | 102.1 | 103.4 |
| Rond | 39.1 | 39.3 | 39.1 | 42.6 | 39.3 | 39.1 | 39.3 | 39.0 | 39.2 | 38.4 | 39.1 | 39.3 |

| n. tav. | 97 | 98 | 99 | 100 | 101 | 102 | 103 | 104 | 105 | 106 | 107 | 108 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Molla | 102.8 | 104.6 | 102.4 | 102.6 | 102.1 | 104.7 | 102.3 | 102.7 | 102.7 | 102.7 | 101.8 | 104.6 |
| Rond | 39.0 | 39,3 | 39.0 | 39.2 | 39.1 | 39.3 | 39.1 | 39.3 | 39.0 | 39.2 | 39.0 | 39.2 |

| n. tav. | 109 | 110 | 111 | 112 | 113 | 114 | 115 | 116 | 117 | 118 | 119 | 120 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Molla | 103.0 | 102.5 | 102.8 | 104.0 | 102.6 | 102.9 | 104.5 | 102.8 | 102.9 | 105.6 | 102.8 | 101.8 |
| Rond | 39.1 | 39.3 | 39.0 | 39.2 | 39.1 | 39.0 | 39.2 | 39.2 | 39.3 | 39.2 | 39.0 | 39.2 |