PROBLEMA n. 1 — Due in uno!

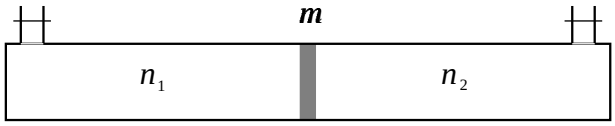
100 Punti

A

Cilindro con pistone

35 Punti

Un cilindro di sezione $A = 100\,\mathrm{cm}^2$ e lunghezza $\ell = 100\,\mathrm{cm}$ è posto orizzontalmente. Le sue pareti sono termicamente isolanti e di capacità termica trascurabile. Al suo interno, come mostrato in figura, può scorrere un pistone di massa $m = 0.13\,\mathrm{kg}$ e di spessore trascurabile. Il calore specifico della sostanza di cui è costituito il pistone vale $c = 390\,\mathrm{Jkg^{-1}K^{-1}}$.



Nella parte sinistra del cilindro ci sono $n_1 = 2.3\,\mathrm{mol}$ di un gas perfetto monoatomico alla temperatura $T_1 = -90°\mathrm{C}$; nell'altra n_2 moli di un gas perfetto monoatomico alla temperatura $T_2 = 46°\mathrm{C}$.

Il pistone si trova a $53\,\mathrm{cm}$ dalla parete di sinistra del cilindro, in equilibrio meccanico.

1. Determinare, in moli, la quantità di gas che è stata immessa nella parte destra del cilindro.

Il pistone inizialmente si trova alla temperatura $T_0 = 100°\mathrm{C}$. Successivamente il sistema si porta all'equilibrio termico.

2. Determinare la temperatura di equilibrio del sistema.

3. Determinare di quanto si è spostato il pistone.

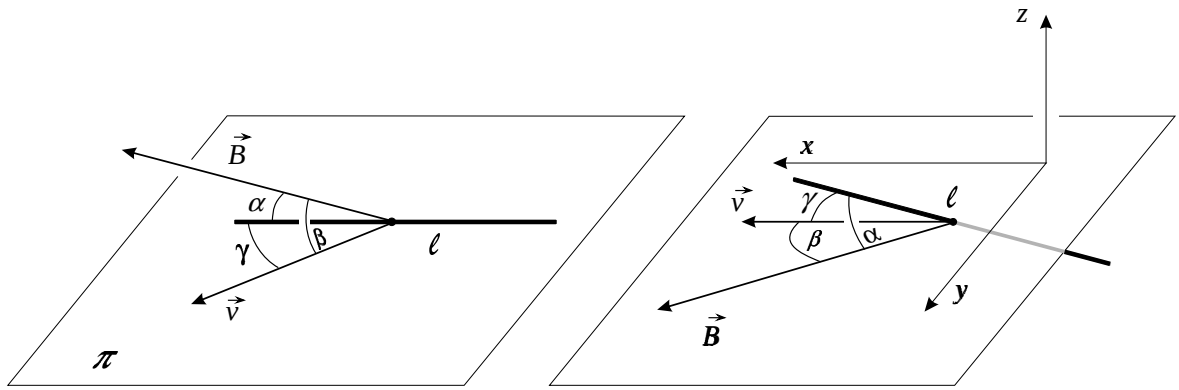
B

Una sbarretta in un campo magnetico

65 Punti

Una sbarretta conduttrice rettilinea di lunghezza $\ell = 0.5\,\mathrm{m}$, disposta sul piano π come mostrato in figura a sinistra, trasla sullo stesso piano alla velocità $v = 2\,\mathrm{ms^{-1}}$, immersa in un campo uniforme di induzione magnetica $B = 0.5\,\mathrm{mT}$.

Nella figura a destra la stessa situazione è mostrata da un diverso punto di vista e con riferimento ad una terna cartesiana ortogonale tale che i vettori $\vec{v}$ e $\vec{B}$ giacciono sul piano $x - y$.



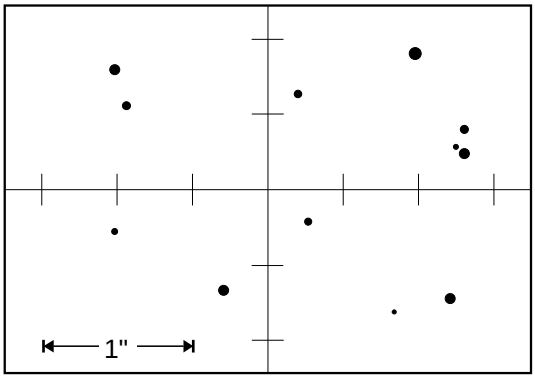
L'angolo tra la sbarretta e il campo di induzione magnetica è $\alpha = 30°$, quello tra il campo di induzione magnetica e la velocità è $\beta = 40°$ e quello tra la velocità e la sbarretta è $\gamma = 50°$.

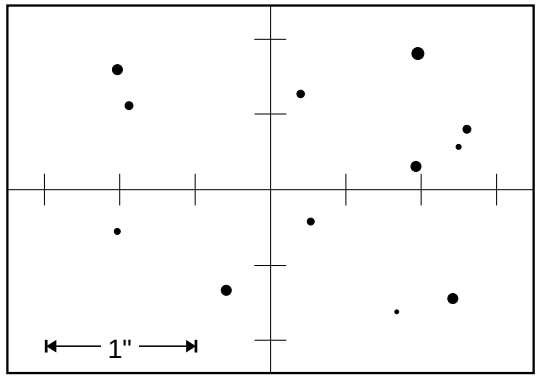
- Calcolare la forza elettromotrice indotta tra gli estremi della sbarretta conduttrice.

PROBLEMA n. 2 — Misura del raggio di una stella

100 Punti

Le figure qui sotto rappresentano schematicamente uno stesso campo stellare ripreso in direzione perpendicolare al piano dell'orbita terrestre a distanza di sei mesi una dall'altra.





Come si vede, tutte le stelle tranne una sono nella stessa posizione; utilizzando anche altre immagini se ne deduce che la stella in questione appare spostarsi perché è molto più vicina delle altre.

1. Stimare la distanza della stella in esame in Unità Astronomiche (1 U.A. è il raggio dell'orbita terrestre, supposta circolare).

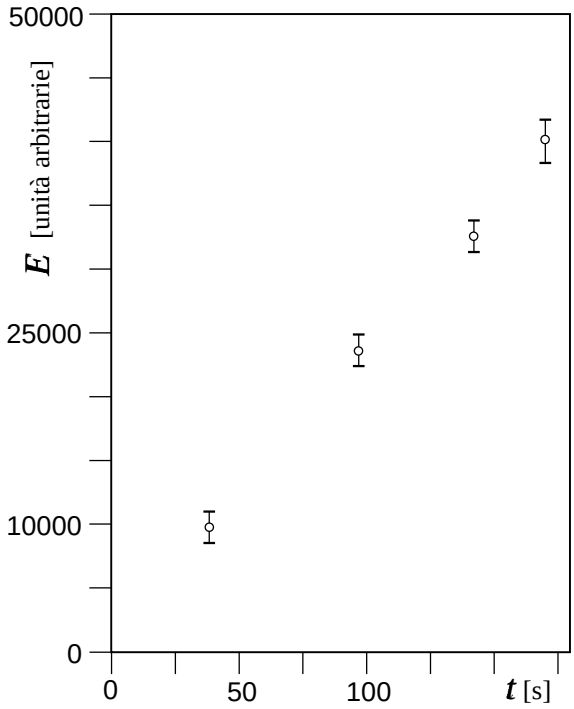
Si vorrebbe ora stimare il raggio della stella che, per la grande distanza, non è misurabile direttamente.

Si utilizza uno strumento il cui obiettivo è schematizzabile come una lente sottile di 100 cm di focale e 12 cm di diametro e un rivelatore costituito da una matrice bidimensionale di elementi (pixel) fotosensibili ciascuno dei quali fornisce un valore numerico proporzionale all'energia (luminosa) assorbita nel tempo di esposizione. Per semplicità si supponga che la risposta del rivelatore non dipenda dalla lunghezza d'onda della luce incidente.

Si procede in questo modo:

A) Si riprende il Sole (il cui diametro angolare è $\alpha = 32'$) per un tempo molto breve ($t_0 = 1.3\,\mathrm{ms}$) interponendo tre filtri che lasciano passare ciascuno solo l'1.5 % della radiazione incidente; in questa condizione si ricava il valor medio dell'energia incidente sui pixel illuminati: in unità arbitrarie sia $E_0 = 28540$ u.

B) Si sfuoca lo strumento spostando il rivelatore in modo che l'area illuminata dalla stella abbia la stessa dimensione di quella del Sole, e si fanno diverse riprese, con tempi di posa crescenti, misurando ancora ogni volta il valor medio E dell'energia incidente sui pixel illuminati. I risultati sono riportati nel grafico a fianco.



2. Di quanto si deve spostare il rivelatore rispetto al piano focale per riprendere la stella?

3. Utilizzando il grafico precedente determinare il rapporto tra i flussi luminosi (energia incidente per unità di tempo e di superficie) dal Sole e dalla stella.

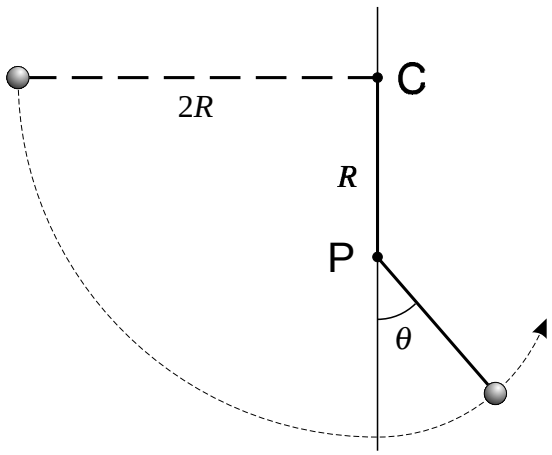
4. Utilizzando la distanza ottenuta al punto 1, stimare il raggio della stella in unità di raggi solari, nell'ipotesi che la temperatura superficiale della stella sia uguale a quella del Sole.

5. Se, al contrario, la luce emessa dalla stella fosse più arrossata di quella solare, cosa se ne dovrebbe dedurre circa la stima del raggio?

PROBLEMA n. 3 — Pendolo con un fermo

100 Punti

Una pallina di massa M è legata a un piolo C rigido con un filo flessibile e inestensibile di lunghezza $2R$. Al di sotto di C e sulla verticale di esso, a distanza R, si trova un secondo piolo P, parallelo al primo.



Inizialmente la pallina si trova alla stessa altezza di C e il filo è teso (linea orizzontale tratteggiata); essa viene lasciata cadere e quindi si muove su un arco di circonferenza di raggio $2R$. Quando il filo è verticale, cioè la pallina si trova esattamente al di sotto di C, il filo stesso urta contro il piolo P e il moto della pallina continua su un arco di circonferenza di raggio R. Da questo punto in poi, si indichi con θ l'angolo fra il filo oltre P e la verticale.

Si considerino trascurabili i diametri dei due pioli e della pallina, la massa del filo, eventuali attriti interni al filo e la resistenza dell'aria.

1. Per quale valore di θ la tensione T del filo è pari a $\frac{7}{2}\,M\,g$?

2. La pallina, risalendo, non giunge a colpire il piolo C. Si spieghi perché.

3. Si calcoli il valore di θ per cui la pallina abbandona la traiettoria circolare di raggio R e il filo cessa di essere teso.

4. Quando la pallina incrocia il piano verticale CP, a quale distanza da C si trova? (la si esprima in funzione di R).

5. Nell'istante di cui al punto 4, qual è (in modulo) la velocità della pallina?

PROBLEMA n. 4 — Ancora due in uno!

100 Punti

A — Apertura di un freezer

50 Punti

- Dimostrare che lo sportello del freezer di un frigorifero non può essere a perfetta tenuta d'aria.

Traccia da seguire:

Si consideri che nel freezer di un frigorifero (a 4 stelle) la temperatura di equilibrio sia di $-18°C$ e la pressione, uguale a quella esterna, sia quella atmosferica standard.

Schematizzando fortemente la geometria si tratti il freezer come un parallelepipedo di 50 cm di larghezza, 40 cm di altezza e 40 cm di profondità, la cui faccia anteriore rappresenta lo sportello; i cardini e la maniglia di questo siano quindi in corrispondenza dei due spigoli verticali anteriori.

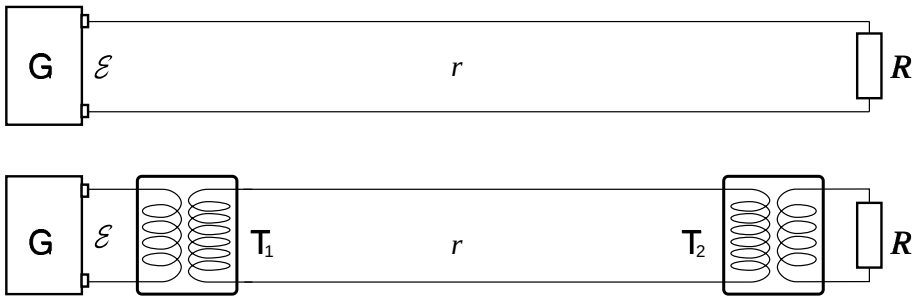
Si faccia l'ipotesi che durante un'apertura dello sportello metà della massa d'aria presente all'interno venga ricambiata con aria esterna (nel caso peggiore, quando il freezer è vuoto) alla temperatura di 20°C.

Trattando l'aria come un gas perfetto, si valuti quindi la pressione interna a equilibrio termico raggiunto, nell'ipotesi che non ci sia scambio d'aria con l'esterno, e successivamente si calcoli la forza che si dovrebbe applicare alla maniglia per aprire lo sportello, traendone le dovute conseguenze.

B — Linea ad alta tensione

50 Punti

Si consideri una linea di trasporto dell'energia elettrica, tanto lunga che la sua resistenza sia confrontabile con la resistenza totale del carico utile. Semplificando molto la situazione reale, si schematizzi il circuito come un generatore ideale di f.e.m. $\mathcal{E}$ collegato ad una resistenza R (carico) attraverso due fili di resistenza totale r (v. figura, in alto); detta i la corrente che scorre nella resistenza R è facile calcolare il *rendimento* η del sistema, inteso come rapporto tra la potenza assorbita dal carico e quella erogata dal generatore.



1. Esprimere il rapporto r/R delle resistenze in funzione del rendimento η.

Si sezioni ora il circuito in tre parti interponendo un *trasformatore ideale* tra il generatore e la linea di trasmissione e un secondo trasformatore uguale al primo tra la linea e il carico (v. figura, in basso). Lo scopo è quello di elevare la tensione del generatore di un fattore k all'uscita del primo trasformatore e di diminuirla dello stesso fattore all'uscita del secondo trasformatore, senza perdita di potenza.

(*Suggerimento: quest'ultimo requisito, che caratterizza appunto un generatore* ideale, *implica una relazione tra i valori delle correnti in ingresso e in uscita di ciascun trasformatore*).

2. In un caso in cui il rendimento nel collegamento diretto in bassa tensione sia pari al 60 %, quanto deve valere k perché il rendimento raggiunga il 99.9 % con una linea di trasporto ad alta tensione?

Nota: ai fini della soluzione del problema le tensioni e le correnti possono essere intese indifferentemente come grandezze continue (costanti) oppure – come è di solito – come valori efficaci di grandezze alternate.