

*Bozza 1 del 21 gennaio 2007- estensore: Giuliana Cavaggioni*

**Associazione per l'Insegnamento della Fisica**  
**Giochi di Anacleto**

IN LABORATORIO

8 Maggio 2007

Istruzioni per l'allestimento della prova

***Materiale riservato per i docenti***  
**UN TRIANGOLO CHE BATTE IL SECONDO**

**Presentazione**

Questo esperimento propone allo studente un lavoro facile ma non banale in un campo che dovrebbe essergli familiare, quello delle oscillazioni di corpi rigidi. Probabilmente gli studenti dei primi anni di corso non saranno in grado di dominare le leggi che stanno alla base del funzionamento di questo pendolo fisico ma le grandezze in gioco per descrivere il comportamento del sistema gli sono certamente familiari.

Con questo esperimento ci si propone di:

- decidere, in base ai valori misurati, una relazione fra grandezze esplicitamente indicate nel testo,
- caratterizzare la relazione con una costante e le misure fatte con l'incertezza con cui la costante viene determinata.
- usare quanto si è concluso con l'esperimento per costruire un dispositivo che goda di particolari caratteristiche.

Il testo, pur dando tutte le informazioni necessarie, rifugge dal dettagliare troppo una procedura da seguire, pur nei limiti della schematicità necessaria in una prova di competizione. Allo studente è lasciato il compito di esprimere le proprie capacità sperimentali e la propria sensibilità con alcune scelte critiche, come la costruzione di un profilo accurato e piano, la cura di far avvenire le oscillazioni solo nel piano perpendicolare all'asse di oscillazione, la decisione di costruire un numero di triangoli ragionevole per i tempi concessi ma non troppo piccolo da non caratterizzare adeguatamente la relazione richiesta, o la decisione di prendere un numero adeguato di oscillazioni per ciascun triangolo e di farlo oscillare su vertici diversi. Tutti questi accorgimenti dovranno apparire esplicitamente nel rapporto scritto dal singolo studente quindi i concorrenti di Anacleto in Laboratorio dovranno sapere di dover riportare nella relazione tutto ciò che hanno scelto di fare per ottenere i migliori risultati possibili.

Se l'esperimento dovesse essere condotto in condizioni diverse e con tempi meno ristretti sarebbe auspicabile che gli studenti riconoscessero da soli attraverso operazioni "esplorative" il fatto che il periodo di oscillazione non dipende, entro certi limiti, dallo spessore del filo di ferro e sarebbe interessante che analizzassero questi limiti usando filo sempre più grosso e poi stecche sempre più larghe per arrivare a concludere che un profilo di filo di ferro non è un buon modello per una squadretta oscillante.

In questa prova si raccomanda che, se le misure vengono prese a gruppi (meglio assai se a coppie vista la semplicità del lavoro e il basso costo dei materiali), il rapporto sia strettamente personale e sulla originalità di giudizio sia fondata anche la valutazione della prova.

**Materiali e preparazione della prova**

Ciascun gruppo di lavoro avrà a disposizione:

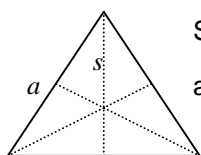
- un rotolino di filo di ferro con 5 - 6 metri di filo. Il filo di ferro dovrà essere abbastanza rigido da poter ottenere un profilo non troppo deformabile ma anche abbastanza sottile da poter essere facilmente tagliato con una forbice robusta e piegato con le mani senza sforzo. Usando filo di ferro di diverso

spessore per diversi gruppi sarà possibile, se lo si ritiene opportuno, dopo la prova fare osservare come i risultati siano indipendenti dalla densità lineare del filo;

- un nastro metrico o una riga millimetrata. Serve per misurare il lato del profilo e dovrà essere lungo almeno 70 cm ;
- un paio di forbici robuste per tagliare il filo di ferro.
- una stecca di legno con uno spillo fissato ad una estremità o altro dispositivo per appendervi il triangolo oscillante. Oltre alla stecca con lo spillo abbiamo provato una mina di matita e un tappo con infisso uno spillo fissati al banco ma distanziati abbastanza da esso così da non far cozzare il triangolo contro la struttura del banco;
- nastro adesivo. Oltre a fissare il supporto per l'oscillazione serve a chiudere il profilo triangolare.
- Cronometro. Quasi tutti i cellulari dispongono di un cronometro centesimale: controllare qualche giorno prima della prova che tutti gli studenti lo abbiano e che sappiano usarlo.
- tre fogli di carta millimetrata.
- matita e penna, un foglio protocollo per la relazione, carta per prendere appunti. I fogli per la relazione dovranno essere tanti quanti i concorrenti e anche gli appunti sui dati dovranno essere individuali per evitare disturbi durante la fase di stesura della relazione.

## Cenni di teoria

Il triangolo oscilla attorno ad un asse perpendicolare al suo piano con periodo  $T = 2\pi \sqrt{\frac{I}{mgs}}$  dove  $I$  è il momento di inerzia del triangolo rispetto all'asse di oscillazione,  $m$  è la massa di tutto il profilo (pari a  $3M$  se si indica con  $M$  la massa di un solo lato) e  $s$  la distanza del baricentro dai vertici del triangolo.



Se il profilo è formato da materiale omogeneo il momento di inerzia del profilo rispetto all'asse perpendicolare al piano del triangolo che passa per un vertice è  $I = \frac{3}{2}Ma^2$  mentre  $s = \frac{\sqrt{3}}{3}a$ . Il periodo risulta dunque proporzionale alla radice quadrata della lunghezza del

lato ed indipendente dalla massa del profilo:  $T = 2\pi \sqrt{\frac{\sqrt{3}}{2g}} \sqrt{a}$ . Indicando con  $K$  la costante

di proporzionalità si ottiene  $K = 2\pi \sqrt{\frac{\sqrt{3}}{2g}} \approx 0.187 \text{ s cm}^{-\frac{1}{2}}$  dove si è assunto per la intensità locale del campo di gravità il valore  $g = 981 \text{ cm s}^{-2}$ .

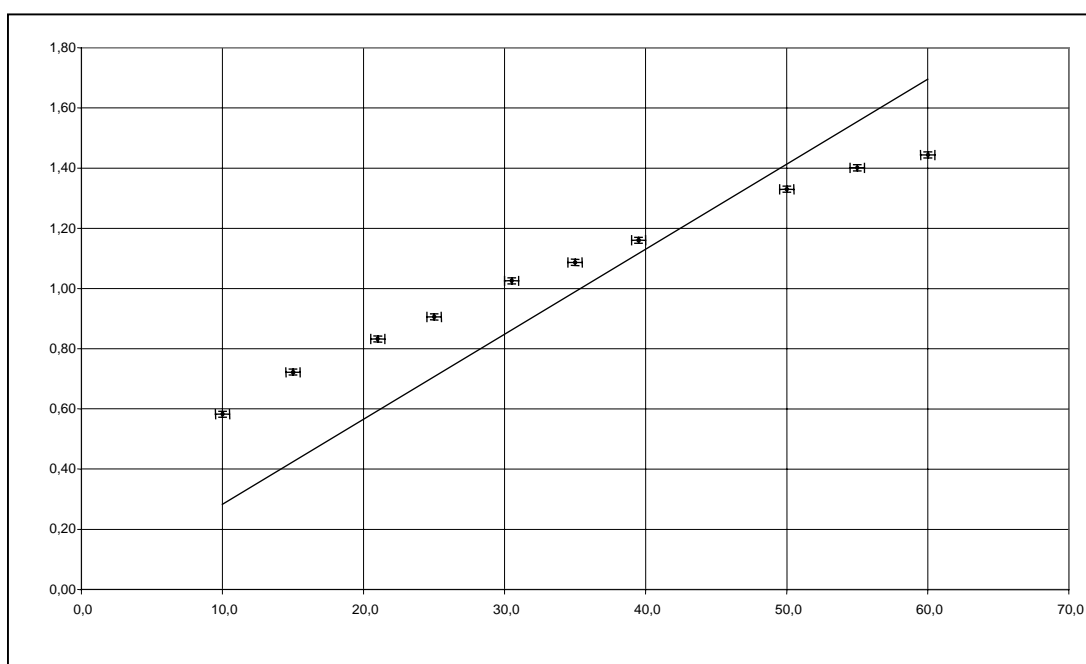
## Esempio di risultati ottenuti

a (cm)	10 T (s)									
60.0	14.33	14.14	14.63	14.55	14.58	14.42	14.36	14.42	14.57	14.39
55.0	14,04	13,93	14,07	13,92	14,01	13,93	14,15	13,86	14,16	14,05
50.0	13,12	13,24	13,21	13,33	13,32	13,4	13,18	13,41	13,43	13,35
39.5	11,61	11,61	11,66	11,72	11,41	11,5	11,52	11,55	11,74	11,73
35.0	10,95	10,83	10,83	10,61	10,99	10,81	10,99	10,74	11,09	10,86
30.5	10,23	10,31	10,19	10,11	10,3	10,24	10,32	10,2	10,37	10,3
25.0	9,13	9,25	9,09	9,17	8,99	9,18	8,93	8,94	8,82	9,09
21.0	8,29	8,36	8,52	8,32	8,21	8,53	8,06	8,21	8,47	8,27
	20 T (s)									
15.0	13,72	14,6	14,53	14,51	14,61	14,71	14,39	14,37	14,42	14,58
10.0	11,54	11,68	11,62	11,76	11,7	11,64	11,75	11,6	11,58	11,72

Di seguito sono riportati, per ciascun triangolo, la lunghezza del lato, il valore medio delle dieci misure del periodo di oscillazione, la deviazione standard delle dieci misure assunta come incertezza del valore medio e il valore teorico calcolato per il periodo di quel triangolo in base alla formula scritta più sopra. La radice quadrata della lunghezza del lato, il suo reciproco e il suo quadrato sono calcolati per tracciare i grafici "linearizzati" volti a sondare le tre relazioni proposte fra periodo e lunghezza del lato.

$a$ (cm)	$\delta a$ (cm)	$\langle T \rangle$ (s)	$\delta \langle T \rangle$ (s)	$T_{teorico}$ (s)	$\sqrt{a}$	$1/a$	$a^2$
60.0	0.5	1.44	0.01	1.45	7.75±0.13	0.0167	3600±60
55.0	0.5	1.40	0.01	1.38	7.42±0.13	0.0181	3025±55
50.0	0.5	1.33	0.01	1.32	7.07±0.14	0.0200	2500±50
39.5	0.5	1.16	0.01	1.17	6.28±0.16	0.0253	1560±40
35.0	0.5	1.09	0.01	1.10	5.92±0.17	0.0286	1225±35
30.5	0.5	1.03	0.01	1.03	5.52±0.18	0.0328	930±30
25.0	0.5	0.91	0.01	0.93	5.00±0.20	0.0400	625±25
21.0	0.5	0.83	0.01	0.86	4.58±0.22	0.0476	440±20
15.0	0.5	0.72	0.01	0.72	3.87±0.26	0.0700	225±15
10.0	0.5	0.58	0.003	0.59	3.16±0.32	0.1000	100±10

La relazione 1) e la relazione 3) possono essere analizzate dalla rappresentazione grafica, la relazione 2) invece può venire scartata immediatamente perché comporta una funzione decrescente mentre è evidente che il periodo di oscillazione cresce col lato del triangolo.



*Figura1: il grafico del periodo  $T$  in funzione della lunghezza del lato  $a$ . Viene evidenziata la migliore retta approssimante una proporzionalità diretta. La relazione non è evidentemente compatibile con i dati.*

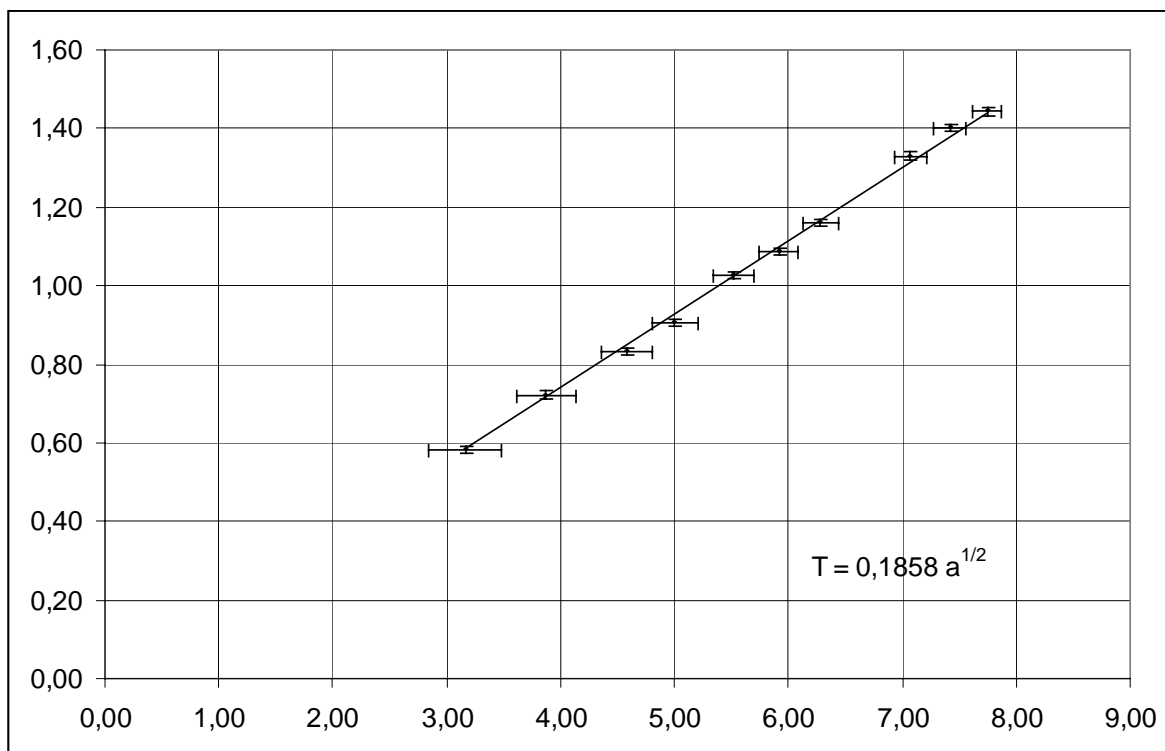


Figura 2: il grafico del periodo  $T$  in funzione della radice quadrata della lunghezza del lato  $a$  . Viene evidenziata la migliore retta approssimante una proporzionalità diretta. La retta tocca tutti gli intervalli di incertezza e quindi la relazione è compatibile con le misure prese in questo esperimento.

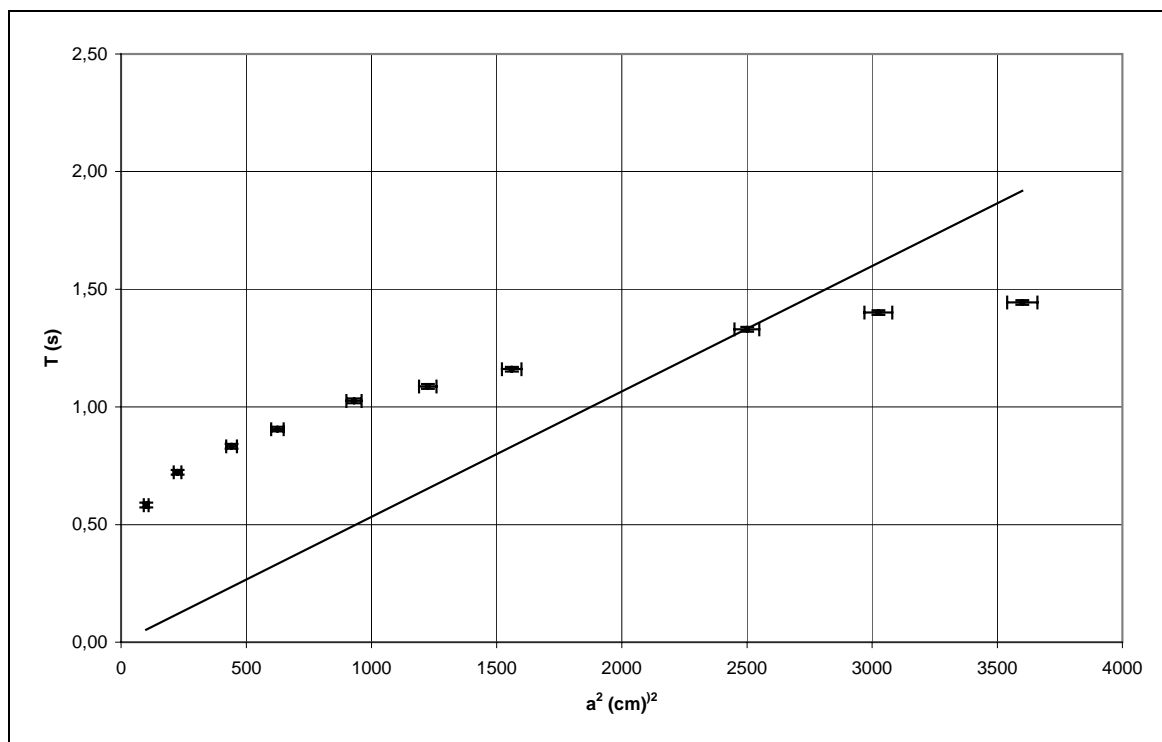


Figura 3: il grafico del periodo  $T$  in funzione del quadrato della lunghezza del lato  $a$  . Viene evidenziata la migliore retta approssimante una proporzionalità diretta. La retta non è compatibile con le misure prese in questo esperimento.

L'incertezza della costante di proporzionalità può essere stimata in vari modi, dal grafico oppure calcolando i rapporti fra  $T$  e  $a^{1/2}$  o calcolando l'incertezza della costante della retta dei minimi quadrati. Procedendo in questo ultimo modo, tenendo conto che le incertezze sulla misura del periodo possono essere trascurate rispetto a quelle della radice quadrata della lunghezza del lato e che queste ultime variano per le diverse misure abbiamo trovato un valore lievemente diverso per la costante di proporzionalità ma sempre compatibile con il valore teorico indicato all'inizio<sup>1</sup>:

$$K = (0.194 \pm 0.008) \text{ s cm}^{-1/2}$$

In questo caso l'equazione della retta approssimante è  $T = -0.049 + 0.194\sqrt{a}$

La lunghezza del lato del triangolo che batte il secondo potrà essere dedotta con una semplice costruzione dal grafico una volta scelta quale retta tracciare che meglio approssimi una proporzionalità diretta fra il periodo e la radice quadrata della lunghezza del lato. Con i dati assunti da noi abbiamo trovato  $a = 29 \text{ cm}$  valore compatibile con quello teorico che è  $a_t = 28.722 \text{ cm}$ .

### **Spunti per una griglia di valutazione**

I correttori, se lo desiderano e in base agli obiettivi formativi perseguiti nella loro scuola con l'attività sperimentale, possono aggiungere o togliere delle voci e modificare la distribuzione dei punteggi.

1. RACCOLTA E PRESENTAZIONE DELLE MISURE		punti 25/100
1a) esprime la lunghezza del lato con un'incertezza adeguata (punti 2)	<i>È impossibile, con gli strumenti a disposizione di piegare un tratto di filo con l'incertezza strumentale del nastro metrico di un solo mm.</i>	
1b) Costruisce un numero di triangoli non inferiore a cinque. (punteggio massimo 10 triangoli 5 punti)	<i>Lo studente mostra di sapere che la decisione sulla relazione fra le grandezze è tanto più affidabile quanto maggiore è il numero di coppie di valori disponibili. Da cinque a dieci triangoli il punteggio può essere progressivamente aumentato. Fra le abilità sperimentali sta anche quella di saper che fare scelte che tengano conto del tempo disponibile per prendere ed elaborare le misure per tale motivo ci deve essere un tetto alla costruzione di triangoli. Nessun punteggio andrebbe assegnato a questa voce per un numero inferiore di triangoli.</i>	
1c) Ripete almeno cinque volte le misure di ciascun periodo (punteggio massimo 10 oscillazioni per ciascun triangolo 5 punti)	<i>Da cinque a dieci misure, con punteggi progressivi. Nessun punteggio per un numero inferiore di misure.</i>	

<sup>1</sup> Potendo trascurare le incertezze del periodo ma non quelle sulla  $\sqrt{a}$  viene considerata una funzione del tipo  $\sqrt{a} = A + BT$  dove  $K = 1/B$ . In base al metodo dei minimi quadrati con valori pesati si trova

$$B = (5.16 \pm 0.22) \text{ cm}^{1/2} \text{ s}^{-1} \quad \text{l'incertezza del parametro } B \text{ è data da } \delta_B = \sqrt{\frac{\sum w}{\Delta}} \text{ dove } \Delta = \sum w \sum w T^2 - (\sum w T)^2$$

$$\text{mentre } w_i = \frac{1}{[\delta(\sqrt{a})]^2} = a$$

1d) Nell' intervallo indicato per i lati sceglie triangoli che siano adeguatamente diversi fra loro. (punti 3)	<i>Lo studente opera in modo da indagare la relazione cercata su un intervallo più ampio possibile: se costruisce N triangoli, essendo 60 cm l'intervallo suggerito, i lati di diversi triangoli dovrebbero avere differenze minime fra loro pari a <math>60/N</math> cm.</i>
1e) Riporta in opportune tabelle tutte le misure prese per il periodo di ciascun triangolo (punti 4)	<i>Le tabelle devono essere leggibili, riportare i simboli delle grandezze e l'unità di misura, rispettare il numero di cifre significative ammesso dagli strumenti usati e dalle incertezze dichiarate</i>
1f) Riporta i valori medi dei periodi (punti 3)	
1g) Calcola l'incertezza del valore medio dei periodi mediante la semidispersione o la deviazione standard. (punti 3)	
<b>2. DECISIONE SULLA RELAZIONE FRA PERIODO E LUNGHEZZA DEL LATO</b> <span style="float: right;">punti 30/100</span>	
2a) proporzionalità diretta, grafico o rapporti (5 punti)	<i>Lo studente rappresenta su un grafico <math>T</math> in funzione di <math>a</math> oppure riporta in tabella i valori del rapporto fra <math>T</math> e <math>a</math>.</i>
2b) proporzionalità alla radice quadrata di $a$ , grafico o rapporti (5 punti)	<i>Analogamente a sopra</i>
2c) proporzionalità al quadrato di $a$ , grafico o rapporti (5 punti)	<i>Analogamente a sopra</i>
2d) discussione motivata sull'esclusione della proporzionalità inversa (5 punti)	
2e) scelta adeguatamente motivata della relazione accettata (10 punti)	
<b>3. DETERMINAZIONE DELLA COSTANTE</b> <span style="float: right;">punti 15/100</span>	
3a) Calcolo della costante in base a metodi grafici o alla media dei rapporti (massimo punti 10)	<i>Il punteggio massimo andrebbe attribuito a chi ottiene per la costante un valore che non si scosti più del 5% dal valore atteso. Il punteggio va quindi ridotto per maggiori scostamenti fino a diventare zero per scostamenti eccessivi, per esempio il 20%.</i>
3b) Incertezza della costante valutata con un procedimento esplicito (punti 5)	
<b>4. PROFILO TRIANGOLARE CHE BATTE IL SECONDO</b> <span style="float: right;">punti 15/100</span>	
4a) Calcolo esplicito del lato in base ai risultati ottenuti precedentemente (punti 10)	
4b) Costruzione del profilo e prova (punti 5)	
<b>5. ACCORGIMENTI ED OSSERVAZIONI</b> <span style="float: right;">massimo punti 15/100</span>	
<i>Il punteggio di questo punto andrà suddiviso fra diversi accorgimenti, sia previsti dai correttori che proposti dallo studente, purché naturalmente ragionevoli e motivatamente efficaci. Esempio di accorgimenti:</i> 1) Verifica che i lati del profilo siano complanari. 2) Cura che il profilo oscilli nel piano perpendicolare all'asse)	