

Magneti permanenti (10 punti)

I magneti permanenti molto intensi sono realizzati in lega NdFeB e hanno un ciclo di isteresi molto esteso, cosicché la magnetizzazione J può essere assunta costante in un'ampia gamma di applicazioni; in questo problema, assumiamo $J \equiv 1.5 \text{ T}/\mu_0$, dove $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} \text{ N/A}^2$ e la magnetizzazione di tutti i magneti permanenti è omogenea. La magnetizzazione è definita come la densità di volume del momento di dipolo magnetico della materia.

Suggerimento 1: La seguente uguaglianza potrebbe essere utile:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^4} = \frac{\pi^4}{90}.$$

Suggerimento 2. Il campo magnetico creato da un magnete sferico è identico a quello di un dipolo puntiforme. I campi magnetici creati da magneti di altre forme geometriche diventano equivalenti a campi di dipolo puntiformi solo a distanze molto maggiori della loro lunghezza caratteristica.

Suggerimento 3. Le formule dei campi elettrici e magnetici dei dipoli puntiformi elettrici e magnetici in funzione delle coordinate e del corrispondente momento di dipolo sono simili, cioè si possono ottenere l'uno dall'altro moltiplicandolo per un fattore costante.

Suggerimento 4. Il campo indotto dovuto a una condizione al contorno può sempre essere sostituito da una configurazione di sorgenti di campo al di fuori dei limiti dati.

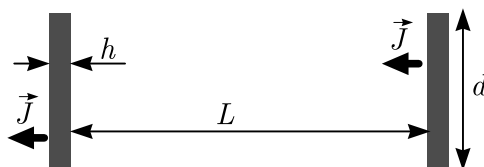
Parte A. Interazione tra magneti (4,5 punti)

In un punto la cui distanza da un magnete è molto maggiore delle dimensioni del magnete stesso, il campo magnetico creato dal magnete può essere approssimato con il campo magnetico del suo momento di dipolo \vec{m} ,

$$\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi r^3} (2\vec{m}_{\parallel} - \vec{m}_{\perp}).$$

Qui $r = |\vec{r}|$, e abbiamo scomposto il momento del dipolo in componenti parallele e perpendicolari al vettore raggio \vec{r} tracciato dal dipolo al punto di osservazione, $\vec{m} = \vec{m}_{\perp} + \vec{m}_{\parallel}$.

- A.1** Trovare l'intensità della forza di interazione tra due magneti cilindrici coassiali ciascuno di diametro $d = 20 \text{ mm}$ e altezza $h = 2 \text{ mm}$, magnetizzati parallelamente al loro asse, se la distanza tra i centri dei magneti è $L = 20 \text{ cm}$. Si può ipotizzare che $L \gg d, h$. 0.6pt



- A.2** Per distanze molto maggiori di $\frac{h}{2}$ il campo creato dal magnete della domanda A.1 è uguale a quello creato da una corrente circolare I . Trovare I . 0.4pt

A.3 Trovare la forza di interazione tra i magneti nella configurazione della domanda A.1 nel caso $L = 5 \text{ mm}$. Si può assumere che $d \gg L \gg h$. 1.0pt

A.4 Una catena è formata da sfere magnetiche identiche di diametro $\delta = 5 \text{ mm}$, tenute insieme dall'attrazione magnetica. Qual è la lunghezza massima l di una catena che non si spezza sotto il suo stesso peso quando è appesa sotto il magnete più alto? La densità dei magneti NdFeB vale $\rho = 7500 \text{ kg/m}^3$. 1.0pt

A.5 Si consideri la catena della domanda precedente A.4. Ottenere l'espressione per l'intensità del campo magnetico B in un punto P che si trova a distanza r da uno degli estremi della catena O , con un angolo tra la catena e la linea OP pari a θ (cfr. figura seguente), assumendo che $l \gg r$ e $r \sin \theta \gg \delta$. 1.5pt



Parte B. Interazione con i ferromagneti (3,5 punti)

Ora assumiamo che oltre ai magneti permanenti abbiamo anche piastre realizzate con un materiale ferromagnetico, simile a quello utilizzato nei nuclei dei trasformatori. Nelle situazioni di cui ci occupiamo, si può considerare che abbia una permeabilità relativa costante ma molto ampia $\mu_r \sim 10^5$.

Suggerimento 5. Grande permeabilità significa che le linee del campo magnetico vicino alla superficie esterna di un oggetto fatto di questo materiale sono quasi perpendicolari alla superficie. Questo è simile al comportamento delle linee di campo elettrico vicino alla superficie esterna di un conduttore.

B.1 Una sfera magnetizzata come nella domanda A.4 si trova a una distanza $s = \delta$ da una spessa piastra ferromagnetica infinita (vedi il foglio risposte). La magnetizzazione della sfera è orientata perpendicolarmente alla piastra. Disegnare le linee di campo nella sezione trasversale mostrata nel foglio delle risposte. Nella figura sono riportati tre punti (indicati come 1, 2 e 3); è necessario mostrare interamente le linee di campo che passano per ciascuno di questi punti, per quanto è possibile inserire nello spazio della figura. 1.0pt

B.2 Ora la sfera magnetizzata viene messa a diretto contatto con la piastra. Quale direzione e verso assume il vettore magnetizzazione della sfera magnetizzata in equilibrio stabile e qual è la forza normale tra la piastra e la sfera? Segnate la direzione e verso corretta con un segno di spunta nella casella corrispondente del foglio risposte. I segni di spunta errati ridurranno il punteggio. 1.0pt

B.3 Ora un magnete della domanda A.1 è posto tra due spesse piastre ferromagnetiche circolari di diametro $D = 2d$ in modo che le facce piane del magnete siano premute contro le piastre e tutti e tre i dischi siano coassiali. Trovare la forza magnetica F che agisce su ciascuna piastra. *Suggerimento:* puoi trascurare il campo magnetico sia quello esterno alle piastre ferromagnetiche e sia quello esterno nella fessura tra le stesse. 1.5pt

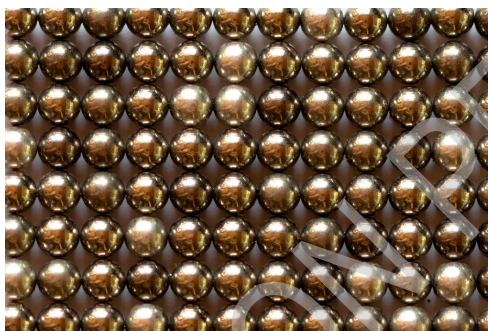
Parte C. Ordine (anti)ferromagnetico (2 punti)

Le proprietà magnetiche dei materiali sono dovute ai momenti di dipolo magnetico degli elettroni e dei nuclei atomici. Se i momenti di dipolo si orientano parallelamente l'uno all'altro, il campo da essi creato è amplificato: si tratta di materiali ferromagnetici. D'altra parte, se per ogni momento di dipolo c'è un altro momento di dipolo antiparallelo nelle vicinanze, i campi si annullano: si tratta di materiali antiferromagnetici.

Nella parte che segue, consideriamo un numero molto elevato di sfere magnetizzate come nella domanda A.4, disposte ai nodi di un reticolo bidimensionale; sono mostrate **foto reali delle configurazioni di equilibrio stabile**. Si supponga che tutti i vettori di magnetizzazione giacciono nel piano della figura. Considerate nei vostri calcoli solo le interazioni dei primi vicini (nella figura di C.1 ogni magnete ha quattro vicini, mentre in quella di C.2 ne ha sei).

- C.1** Mostrate le direzioni e verso di magnetizzazione dei magneti nella figura sottostante. Non sei tenuto a dimostrare che la configurazione che hai suggerito è l'unica possibile. Devi comunque giustificare che la configurazione che hai suggerito è effettivamente stabile. 0.8pt

Trovate l'energia necessaria per estrarre un magnete da questo reticolo da un punto centrale del reticolo, assumendo che gli altri magneti siano mantenuti fermi. Questa configurazione si adatta all'ordine dei materiali ferromagnetici o antiferromagnetici?



- C.2** Rispondete alle stesse domande di C.1 per la configurazione mostrata nella figura seguente. 1.2pt

