T1: Cilindro galleggiante (10 pts)

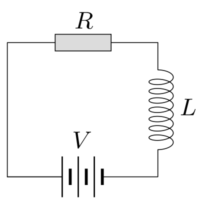
Un cilindro solido e uniforme di altezza $h = 10$ cm e area di base $s = 100$ cm^2 galleggia in un bicchiere cilindrico di altezza $H = 20$ cm e area interna $S = 102$ cm^2 riempito con un liquido. Il rapporto tra la densità del cilindro e quella del liquido è $\gamma = 0.70$. Il fondo del cilindro si trova alcuni centimetri sopra il fondo del bicchiere. Il cilindro viene fatto oscillare verticalmente, in modo che il suo asse coincida sempre con quello del bicchiere.

L'ampiezza delle oscillazioni del livello del liquido è $A = 1$ mm.

Trova il periodo delle oscillazioni T. Trascura la viscosità del liquido.

T2: Oscillazioni termiche (10 pts)

Un resistore è costituito da un materiale che subisce una transizione di fase in modo tale che la sua resistenza assuma uno dei due valori seguenti, R_1 se la sua temperatura è inferiore a T_c, e $R_2 > R_1$ se la temperatura è maggiore di T_c.



Il resistore viene collegato a una sorgente di tensione attraverso un induttore di induttanza L. Se la tensione applicata V è compresa tra due valori critici, $V_1 < V < V_2$, la temperatura della resistenza inizia a oscillare. Si supponga che (i) il flusso di calore P dal resistore al mezzo ambiente sia dato da $P = \alpha(T - T_0)$, dove α è una costante, T indica la temperatura del resistore, e T_0 è la temperatura ambiente; (ii) la dimensione geometrica del resistore sia così piccola che esso raggiunge l'equilibrio termico molto più velocemente del tempo caratteristico L/R_2.

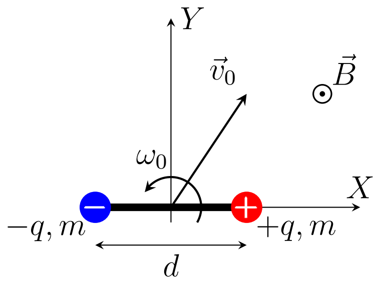
(a) *(2 punti)* Esprimi V_1 e V_2 in funzione dei parametri definiti sopra.

(b) *(6 punti)* Supponendo che $V_1 < V < V_2$, rappresenta qualitativamente l'andamento della temperatura della resistenza T in funzione del tempo t, e trova il rapporto $(T_{\text{max}} - T_0)/(T_{\text{min}} - T_0)$, dove T_{max} e T_{min} sono, rispettivamente, il massimo e il minimo valore di T.

(c) *(2 punti)* Nel caso in cui $V = \sqrt{V_1 V_2}$ e $R_2 = 16 R_1$, trova il periodo delle oscillazioni.

T3: Dipolo in a campo magnetico (10 pts)

Due palline ciascuna di massa m e con carica rispettivamente $+q$ e $-q$, collegate da un'asta rigida priva di massa di lunghezza d, formano un dipolo. Il dipolo è parallelo al piano XY ed è posto in un campo magnetico uniforme $\vec{B}$ perpendicolare a XY.



Inizialmente il dipolo è allineato con la direzione X e ruota nel piano XY con velocità angolare iniziale ω_0, come mostrato. Il suo centro di massa è inizialmente situato nell'origine del sistema di riferimento e la velocità iniziale $\vec{v}_0$ è parallela a XY.

Considera tre situazioni distinte (a, b, c-d):

(a) *(2 punti)* Determina ω_0 e la direzione e verso di $\vec{v}_0$, in modo che il centro di massa si muova con velocità costante $\vec{v} = \vec{v}_0$.

(b) *(3 punti)* Data ω_0, trova $\vec{v}_0$ (direzione, verso e intensità), in modo che il centro di massa descriva una traiettoria circolare. Trova il raggio della circonferenza R_c e le coordinate x_c, y_c del suo centro. Non è necessario dimostrare l'unicità della soluzione.

(c) *(4 punti)* Data $\vec{v}_0 = 0$, trova il valore minimo $\omega_0 = \omega_{\text{min}}$ necessario affinché il dipolo inverta il verso durante il movimento.

(d) *(1 punto)* Se il dipolo inizia il movimento con $\vec{v}_0 = 0$ e $\omega_0 = \omega_{\text{min}}$ trovato nella parte (c), la traiettoria del suo centro di massa ha un asintoto. Trova la distanza D dall'origine all'asintoto.

Identità vettoriale utile:

$$\vec{a} \times (\vec{b} \times \vec{c}) = \vec{b}\,(\vec{a} \cdot \vec{c}) - \vec{c}\,(\vec{a} \cdot \vec{b}),$$

dove "$\times$" e "$\cdot$" rappresentano rispettivamente il prodotto vettoriale e il prodotto scalare.