Associazione per l'Insegnamento della Fisica

37ª edizione

2023 Campionati di FISICA

PROGETTO AIF

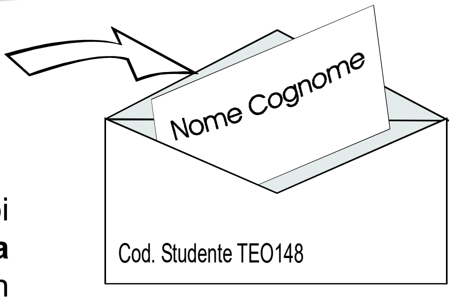
Gara Nazionale - Prova teorica

Senigallia (AN) - venerdì 14 aprile 2023

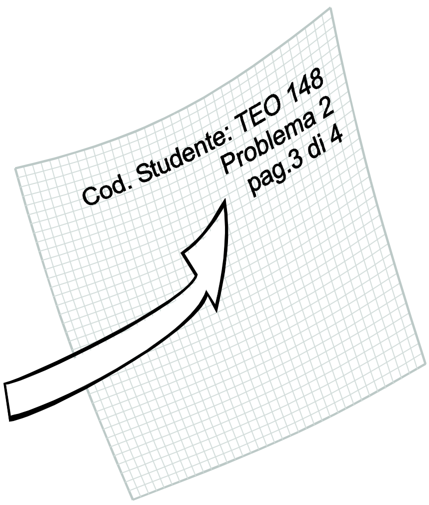
ISTRUZIONI:

Non sfogliare il fascicolo !
Aspetta che sia dato il via.

Tempo: 4 ore



Cod. Studente TEO148



1. Appena ti verrà dato il via, controlla che il **Codice Studente** riportato sulla busta grande, sulla busta piccola e sul cartoncino sia lo stesso.

   Scrivi chiaro il tuo **NOME e COGNOME sul cartoncino,** poi inserisci il cartoncino nella busta piccola e chiudila **senza incollare il lembo;** metti subito la busta piccola chiusa in quella grande che userai alla fine per consegnare tutti i fogli.

   Successivamente, NON dovrai scrivere il tuo nome su nessun foglio né sulle buste,

   ma solo il "Codice Studente" !
2. Leggi con cura i testi dei quattro problemi proposti.
3. E' assolutamente necessario, per non rischiare di essere penalizzati, **utilizzare un foglio diverso per ogni problema.**
4. Su ogni facciata scrivi chiaramente in alto a destra:
   - il tuo **Codice Studente**
   - il **numero** del problema
   - il **numero di pagina** (a partire da 1 per ogni problema)
   - il **numero totale di pagine** usate per quel problema:

     per esempio pag 3 di 7.

I Campionati di Fisica sono organizzati dall'AIF su mandato del MINISTERO DELL'ISTRUZIONE E DEL MERITO

La Gara Nazionale ha il sostegno di Comune di Senigallia, Liceo Statale "Medi" Senigallia

FORMULE UTILI DI MATEMATICA

Per $x \ll 1$ si possono utilizzare queste approssimazioni (*):

[A1] $(1+x)^\alpha \approx 1 + \alpha x$

[A2] $\operatorname{sen} x \approx x;$ [A3] $\operatorname{tg} x \approx x;$ [A4] $\cos x \approx 1 - \frac{1}{2} x^2$

[A5] $e^x \approx 1 + x;$ [A6] $\ln(1+x) \approx x$

Formule trigonometriche:

[T1] $\operatorname{sen} \frac{\alpha}{2} = \sqrt{\frac{1-\cos\alpha}{2}}$

[T2] $\operatorname{sen}\alpha + \operatorname{sen}\beta = 2 \operatorname{sen}\left[\frac{\alpha+\beta}{2}\right] \cos\left[\frac{\alpha-\beta}{2}\right]$

[T3] $\operatorname{sen}\alpha - \operatorname{sen}\beta = 2 \cos\left[\frac{\alpha+\beta}{2}\right] \operatorname{sen}\left[\frac{\alpha-\beta}{2}\right]$

[T4] $\operatorname{sen}\alpha \operatorname{sen}\beta = \frac{1}{2}\left[\cos(\alpha-\beta) - \cos(\alpha+\beta)\right]$

Valori medi:

[M1] $\langle \operatorname{sen}(a_1 x + \varphi_1) \operatorname{sen}(a_2 x + \varphi_2) \rangle = \frac{1}{\Delta x} \int_{x_0}^{x_0+\Delta x} \operatorname{sen}(a_1 x + \varphi_1) \operatorname{sen}(a_2 x + \varphi_2)\,\mathrm{d}x = 0$

con Δx molto maggiore dei periodi delle due sinusoidi.

[M2] $\langle \operatorname{sen}^2 x \rangle = \frac{1}{2\pi} \int_{x_0}^{x_0+2\pi} \operatorname{sen}^2 x\,\mathrm{d}x = \frac{1}{2}$

(*) Se x è un angolo, deve essere espresso in radianti.

LEGGI CON CALMA E MOLTA ATTENZIONE!

NON SCRIVERE il tuo nome su nessun foglio (ad esclusione del cartoncino che va chiuso nella busta piccola, come detto in copertina). Devi SCRIVERE solo il tuo **Codice Studente** (riportato sulla busta piccola colorata) su ciascun **Foglio Riassuntivo** e su ogni foglio a quadretti utilizzato.

Insieme ai testi, per ogni problema ti è stato consegnato un **Foglio Riassuntivo** sul quale dovrai riportare in modo sintetico le risposte ad ogni domanda; i valori numerici devono essere scritti con il corretto numero di cifre, in relazione ai dati forniti e – se necessario – con indicazione dell'unità di misura.

È ESSENZIALE che tutti i risultati (formali e numerici) che hai trovato per ciascun problema siano riportati sul corrispondente **Foglio Riassuntivo**, poiché questo costituisce la base della valutazione della tua prova.

Ricordati di usare un foglio a quadretti diverso per ogni problema e di scrivere per prima cosa, in alto a destra, il tuo **Codice Studente**!

Sui fogli a quadretti devono essere riportate le soluzioni dettagliate, cercando di limitare il testo scritto e di privilegiare invece equazioni, simboli, numeri e diagrammi.

Su ogni facciata dei fogli a quadretti con la soluzione di un problema va sempre scritto, in alto a destra, il numero del problema, il numero di pagina e il numero totale di pagine utilizzate per quel problema, come descritto in copertina.

Infine un utile consiglio: tieni presente che non sempre la soluzione di una domanda richiede di aver risolto le domande precedenti.

NOTA importante sui DATI NUMERICI: I dati numerici forniti nei singoli problemi, qualunque sia il numero di cifre con cui vengono scritti, si devono considerare noti con un'incertezza dello $0.1\,\%$, salvo esplicita indicazione contraria. Le costanti fornite nella tabella generale si possono invece considerare note con incertezza trascurabile. Di conseguenza si scrivano i risultati numerici, quando richiesti, con un numero di cifre appropriato all'incertezza del risultato stesso.

Materiale elaborato dal Gruppo

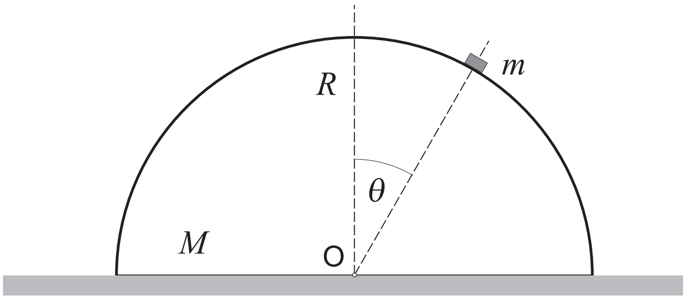
PROGETTO OLIFIS

Segreteria dei Campionati Italiani di Fisica

E-mail: segreteria@olifis.it - WEB: www.olifis.it

PI Particella su semisfera

Punti 100

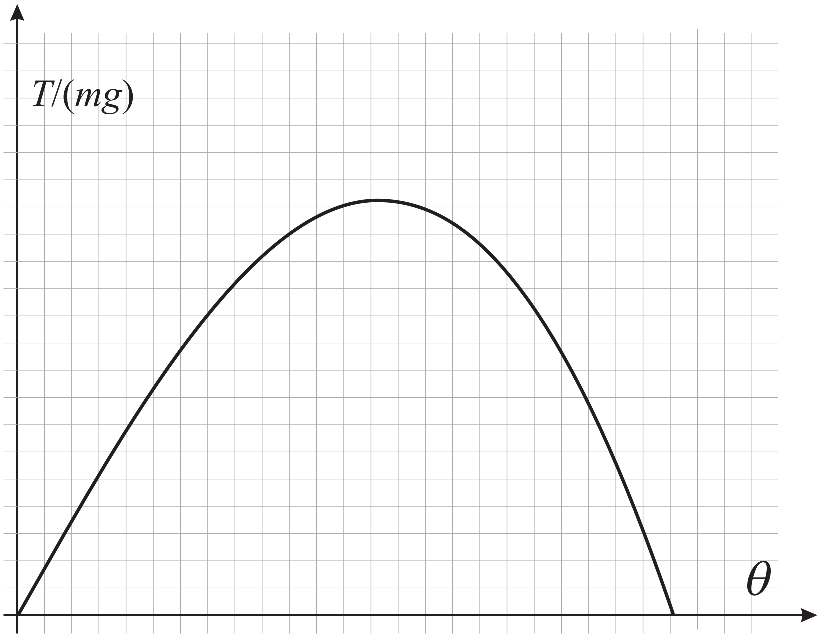


Una semisfera di massa M e raggio R è appoggiata sopra un piano orizzontale. Una particella di massa m, che ha dimensioni trascurabili rispetto a quelle della semisfera, può scivolare su di essa. Tutti gli attriti sono trascurabili.

La posizione della particella sulla semisfera è definita dall'angolo θ mostrato in figura.

La semisfera è tenuta ferma mediante un cavo orizzontale, inestensibile e di massa trascurabile, fissato in un punto alla sua base. La particella viene posta nella posizione θ_0 e fatta scivolare con velocità iniziale nulla verso il punto in cui è fissato il cavo. Cavo, centro della semisfera e particella stanno nello stesso piano verticale durante tutto il moto.

1. Disegnare schematicamente la situazione descritta e rappresentare il diagramma di corpo libero di m.
2. Quanto vale θ_0 se la massa si stacca dalla semisfera nel punto con $\theta_1 = 60°$?
3. Ponendo adesso $\theta_0 \approx 0$, esprimere il modulo della tensione T del cavo in funzione dell'angolo θ compreso tra 0 e θ_{dist}, dove θ_{dist} indica l'angolo di distacco in questa nuova situazione.
4. In figura è rappresentato il grafico di $T/(mg) = f(\theta)$. Completarlo indicando la scala su ciascun asse, determinando gli zeri e le coordinate del massimo di $f(\theta)$.



Adesso la particella viene fissata alla sommità della semisfera con un filo (inestensibile e di massa trascurabile), di data lunghezza minore di $\pi R/2$. La particella è tenuta ferma dal filo teso a contatto, senza attrito, con la superficie della semisfera.

A un certo istante il cavo che teneva la semisfera viene rimosso e alla base della semisfera viene applicata una forza orizzontale $\vec{F}$ nel piano verticale che contiene sia il filo sia la particella. Il modulo della forza, inizialmente nullo, cresce nel tempo.

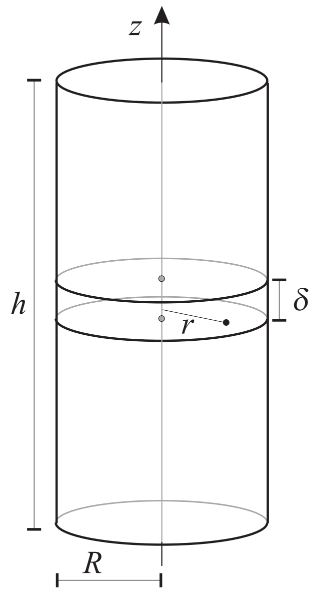
5. Disegnare il diagramma delle forze applicate alla particella prima che venga attivata la forza $\vec{F}$. Discutere poi qualitativamente in quali condizioni la particella si può staccare dalla semisfera e in quali può iniziare a risalire sulla semisfera; disegnare queste due situazioni.
6. Determinare la forza $\vec{F}$ minima necessaria perché la particella si stacchi dalla semisfera.
7. Determinare la forza $\vec{F}$ minima necessaria perché la particella inizi a risalire lungo la semisfera.

P2 Effetti di gravità e accelerazioni su un conduttore Punti 100

I punti di un conduttore isolato possono non trovarsi tutti allo stesso potenziale elettrico in presenza di campi gravitazionali o di un moto rotatorio del conduttore. Questo effetto, che è molto piccolo e normalmente trascurato, viene analizzato in questo problema.

Si consideri un cilindro conduttore, isolato, globalmente neutro, di raggio $R = 5\,\mathrm{cm}$ e altezza $h = 1\,\mathrm{m}$, disposto verticalmente e fermo.

Nel corso del problema potrebbe essere utile un sistema di coordinate cilindriche: si ponga l'asse z coincidente con l'asse del cilindro e si indichi con r la distanza da tale asse, come in figura.



Nello studio della conduzione si assume il modello di Drude: si suppone che il conduttore sia formato da un reticolo di ioni positivi fermi e da un gas di elettroni di conduzione. Si trascurano le interazioni a distanza tra ioni ed elettroni e si assume che il gas di elettroni abbia un comportamento simile a quello di un gas perfetto classico. In assenza di campo elettrico la velocità media degli elettroni di conduzione è nulla; in presenza di campo elettrico si ha un effetto di trascinamento sugli elettroni che dà loro una velocità di deriva, diversa da zero, a sua volta legata allo scorrere di una corrente.

Nella prima parte del problema si vuole considerare l'effetto del campo gravitazionale $\vec{g}$ sugli elettroni di conduzione. Tale campo tenderebbe a trascinare gli elettroni di conduzione verso il basso, per cui per mantenere una condizione di equilibrio elettrostatico (velocità di deriva nulla) è necessario ammettere l'esistenza di un campo elettrico interno al conduttore.

1. Esprimere il campo elettrico interno $\vec{E}$ in funzione dell'accelerazione di gravità $\vec{g}$, della carica elementare e e della massa m dell'elettrone.

2. Determinare un'espressione per la differenza di potenziale massima ΔV_{max} tra due punti del conduttore e calcolare il valore di ΔV_{max}.

3. Determinare la densità di carica elettrica all'interno del conduttore.

4. Esistono regioni della superficie del conduttore in cui la densità di carica superficiale non è nulla? Quanto vale la carica totale presente sulla superficie?

Si consideri ora lo stesso cilindro, in moto rotatorio intorno al suo asse con velocità angolare costante ω. Si trascuri la presenza del campo gravitazionale.

Si assuma per semplicità che gli elettroni di conduzione ruotino solidalmente con il cilindro con la stessa velocità angolare e si trascurino gli effetti magnetici dovuti alla presenza di cariche elettriche in rotazione.

Nel seguito del problema, tutte le quantità su cui si lavora sono misurate nel sistema di riferimento del laboratorio.

5. Determinare il campo elettrico $\vec{E}(r)$ interno al cilindro in funzione della carica elementare e, della massa m dell'elettrone e della velocità angolare ω.

6. Trovare un'espressione per la densità di carica media in un volume cilindrico, interno e coassiale al conduttore, di raggio $r < R$ e altezza z. Trovare un'espressione per la densità di carica puntuale in ogni punto del cilindro conduttore.

7. Spiegare perché devono esistere regioni della superficie del conduttore in cui la densità di carica superficiale non è nulla. Quanto vale la carica totale presente sulla superficie?

8. Determinare la differenza di potenziale massima tra due punti del conduttore in funzione dei dati del problema e calcolare la frequenza di rotazione ν_1 che sarebbe necessaria per produrre una differenza di potenziale massima di $1\,\mathrm{V}$.

Essendo presente una densità di carica interna al conduttore, ed essendo queste cariche in rotazione, si genera un campo magnetico $\vec{B}$. Si vuole verificare se, nelle condizioni in cui abbiamo lavorato, gli effetti del campo $\vec{B}$ siano effettivamente trascurabili.

Si consideri, per poter trascurare effetti di bordo, una porzione centrale di altezza $\delta \ll h$ di un cilindro rotante con $R \ll h$, come mostrato in figura. Tale porzione può essere considerata come globalmente neutra.

9. Trovare un'espressione per il campo $\vec{B}$ in funzione della distanza dall'asse del cilindro e per il rapporto tra la forza di Lorentz dovuta a tale campo e la forza di Coulomb dovuta al campo $\vec{E}(r)$. Calcolare il valore massimo di tale rapporto per $\nu = \nu_1$ determinata al punto 8.

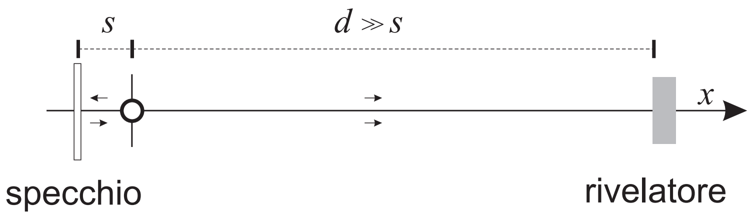
P3 Misure interferometriche — Punti 100

Una sorgente emette un'onda elettromagnetica monocromatica e isotropa. Lungo l'asse x, a grande distanza, l'onda può essere trattata come un'onda piana e descritta dal suo campo elettrico

$$E(x,t) = A\,\mathrm{sen}(kx - \omega t + \varphi_0)$$

con $k = 2\pi/\lambda$ e $\omega = 2\pi/T$, essendo λ e T la lunghezza d'onda e il periodo della radiazione e t la variabile tempo; φ_0 rappresenta una costante di fase che, per la scelta delle origini di x e t, può essere assunta pari a zero.

Si può produrre interferenza con una sola sorgente se la si pone davanti a uno specchio piano a distanza s da questo, mentre a distanza $d \gg s$ viene posto un rivelatore come mostrato in figura. Per la condizione data, l'ampiezza A dell'onda incidente direttamente e quella dell'onda che ha subito la riflessione sullo specchio sono praticamente uguali sul rivelatore.

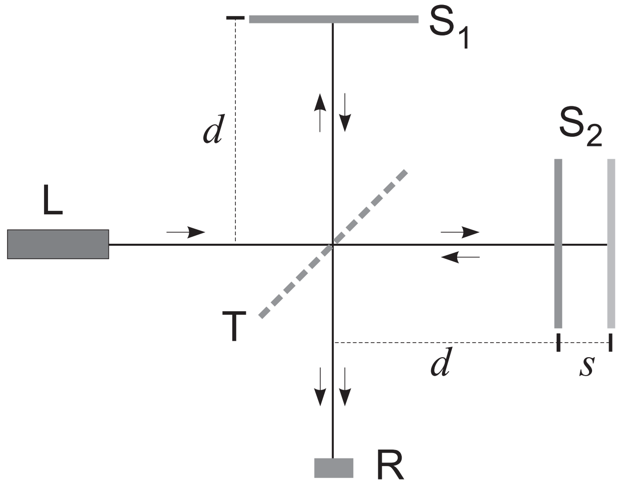


Il rivelatore misura la potenza della radiazione ricevuta per unità di superficie mediata nel tempo; tale grandezza, proporzionale al quadrato del campo elettrico dell'onda, viene chiamata **irradianza** I e, in questo caso, è uniforme sulla superficie del rivelatore.

1. Si dimostri che l'irradianza I in funzione di s si scrive come $I(s) = C\ \mathrm{sen}^2(2\pi s/\lambda)$ dove C è un'opportuna costante.

Nella figura a fianco è mostrato un interferometro montato sopra un tavolo, visto dall'alto.

L è un laser He-Ne che emette un fascio di luce di lunghezza d'onda $\lambda = 632.8\,\mathrm{nm}$ verso uno specchio semi riflettente T, di spessore trascurabile, posto ad un angolo di 45° con il fascio luminoso. Quando uno specchio semi riflettente viene colpito da una radiazione, metà di questa viene riflessa e metà viene trasmessa. I due fasci prodotti da T raggiungono quindi i due specchi S_1 e S_2, vengono riflessi, incontrano nuovamente lo specchio T e arrivano, ulteriormente dimezzati, sul rivelatore R. I due fasci incidenti sul rivelatore possono essere trattati come onde piane (fasci collimati).



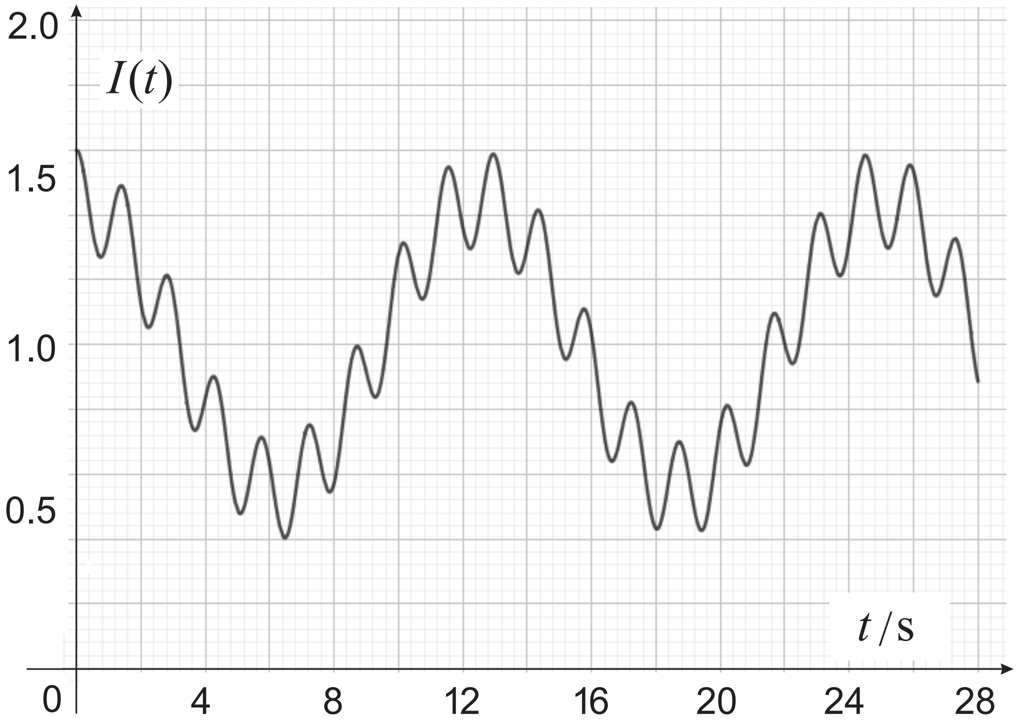
S_1 ed S_2 hanno inizialmente la stessa distanza d da T. S_2 può essere traslato di un tratto s, cosicché la distanza da T risulta $d + s$.

2. Disegnare il grafico dell'irradianza I sul rivelatore R in funzione del tempo mentre lo specchio S_2 viene lentamente spostato alla velocità v costante in modo che s vari da 0 a 2λ in $8.437\,\mathrm{s}$.

3. Con quale errore relativo si dovrebbe poter misurare la frequenza della radiazione ricevuta per poter apprezzare l'effetto Doppler dovuto al fatto che lo specchio S_2 è in moto?

Si sostituisce il laser L con una lampada a vapori di idrogeno la quale emette radiazioni a diverse lunghezze d'onda; opportuni filtri lasciano passare solo due radiazioni monocromatiche.

Come prima la distanza s viene aumentata lentamente a partire da 0, con la stessa velocità del punto 2., cosicché sul rivelatore R l'irradianza varia nel tempo; il grafico seguente mostra la funzione di $I(t)$ in unità arbitrarie.



4. Effettuando le necessarie misure sul grafico, calcolare le due lunghezze d'onda filtrate tra quelle emesse dalla lampada.

Si assuma che le radiazioni considerate vengano prodotte la prima da una transizione di elettroni da un livello energetico $n_1 > 5$ al livello $n = 5$ e la seconda da questo a un livello $n_2 < 5$.

5. Determinare i livelli energetici n_1 e n_2 sapendo che la composizione della radiazione è quella data al punto 4.

Suggerimento: può essere utile consultare il quadro con le formule utili di matematica.

Tavola di Costanti Fisiche

Costanti Fisiche Primarie [Valori esatti per definizione – (26.CGPM/16.11.2018)]			
COSTANTE	SIMB.	VALORE	UNITÀ
Velocità della luce nel vuoto	c	$2.997\,924\,58 \times 10^{8}$	$\mathrm{m\,s^{-1}}$
Carica elementare	e	$1.602\,176\,634 \times 10^{-19}$	C
Costante di Planck	h	$6.626\,070\,15 \times 10^{-34}$	J s
Costante di Boltzmann	k	$1.380\,649 \times 10^{-23}$	$\mathrm{J\,K^{-1}}$
Costante di Avogadro	N_{A}	$6.022\,140\,76 \times 10^{23}$	$\mathrm{mol^{-1}}$
Altre Costanti Fisiche †			
Massa dell'elettrone	m_{e}	9.1094×10^{-31}	kg
		$= 5.1100 \times 10^{2}$	$\mathrm{keV}\,c^{-2}$
Massa del protone	m_{p}	1.67262×10^{-27}	kg
		$= 9.3827 \times 10^{2}$	$\mathrm{MeV}\,c^{-2}$
Massa del neutrone	m_{n}	1.67493×10^{-27}	kg
		$= 9.3955 \times 10^{2}$	$\mathrm{MeV}\,c^{-2}$
Permeabilità magnetica del vuoto	μ_0	$4\pi \times 10^{-7} = 1.25664 \times 10^{-6}$	$\mathrm{H\,m^{-1}}$
Costante dielettrica del vuoto: $1/(\mu_0\, c^2)$	ε_0	8.8542×10^{-12}	$\mathrm{F\,m^{-1}}$
Costante elettrostatica: $1/(4\pi\varepsilon_0)$	k_{es}	$c^2 \times 10^{-7} = 8.9876 \times 10^{9}$	$\mathrm{m\,F^{-1}}$
Costante universale dei gas: $N_{\mathrm{A}}\, k$	R	8.3145	$\mathrm{J\,mol^{-1}\,K^{-1}}$
Costante di Faraday: $N_{\mathrm{A}}\, e$	F	9.6485×10^{4}	$\mathrm{C\,mol^{-1}}$
Costante di Stefan–Boltzmann	σ	5.6704×10^{-8}	$\mathrm{W\,m^{-2}\,K^{-4}}$
Costante di gravitazione universale	G	6.674×10^{-11}	$\mathrm{m^3\,kg^{-1}\,s^{-2}}$
Pressione atmosferica standard	p_0	1.01325×10^{5}	Pa
Temperatura standard (0 °C)	T_0	273.15	K
Volume molare di un gas perfetto in condizioni standard (p_0, T_0)	V_{m}	2.2414×10^{-2}	$\mathrm{m^3\,mol^{-1}}$
Unità di massa atomica	u	1.66054×10^{-27}	kg

Tavola di dati che possono essere necessari †

Accelerazione di gravità (val. convenzionale)	g	9.80665	$\mathrm{m\,s^{-2}}$
Densità dell'acqua (a 4 °C)⋆	ρ_{a}	1.00000×10^{3}	$\mathrm{kg\,m^{-3}}$
Calore specifico dell'acqua (a 20 °C)⋆	c_{a}	4.182×10^{3}	$\mathrm{J\,kg^{-1}\,K^{-1}}$
Densità del ghiaccio (a 0 °C)⋆	$\rho_{\mathrm{g,0}}$	0.917×10^{3}	$\mathrm{kg\,m^{-3}}$
Calore di fusione del ghiaccio	λ_{f}	3.344×10^{5}	$\mathrm{J\,kg^{-1}}$
Calore di vaporizzazione dell'acqua (a 100 °C)⋆	λ_{v}	2.257×10^{6}	$\mathrm{J\,kg^{-1}}$
Livello fondamentale dell'atomo di idrogeno (H)	E_0	-13.6	eV
(o energia di ionizzazione)		$= -2.19 \times 10^{-18}$	J

† Valori arrotondati, da considerare **esatti** nella soluzione delle prove dei Campionati di Fisica.

⋆ Salvo diversa indicazione esplicita, questi dati si potranno utilizzare anche ad altre temperature senza errori importanti.